MATEMÁTICAS ORIENTADAS A LAS ENSEÑANZAS ACADÉMICAS
3.º ESO

Unidad 7. Funciones elementales

Unidad 7. Funciones elementales

SOLUCIONES PÁG. 151

1 Representa gráficamente las siguientes funciones lineales e indica cuál es su pendiente:

a. $\boldsymbol{y = 3x}$**.** Línea roja. m = 3

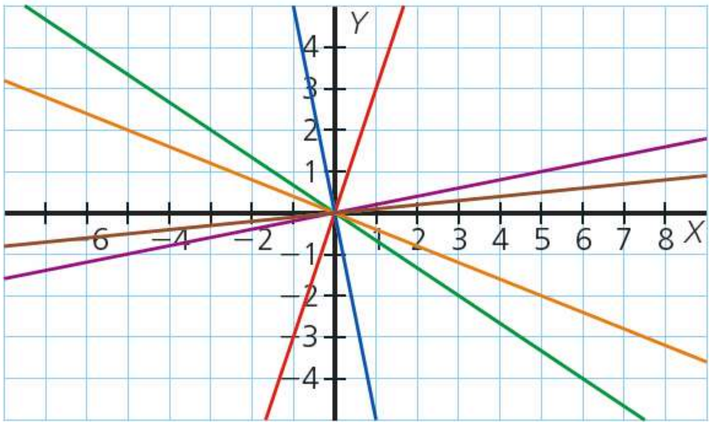
b. $\boldsymbol{y = -5x}$**.** Línea azul. m = –5

c. $\boldsymbol{y = -\frac{2}{3}x}$ **.** Línea verde. $\mathrm{m} = -\frac{2}{3}$

d. $\boldsymbol{y = -0{,}4x}$**.** Línea naranja. m = – 0,4

e. $\boldsymbol{y = \frac{1}{5}x}$. Línea morada. $\mathrm{m} = \frac{1}{5}$

f. $\boldsymbol{y = 0{,}1x}$**.** Línea marrón. m = 0,1



2 Sea una función lineal que pasa por el punto P (2 , –8):

a. Calcula su pendiente y obtén su ecuación.

$\mathrm{m} = \frac{y}{x} = -\frac{8}{2} = -4$; $y = -4x$

b. ¿Es creciente o decreciente?

La función es decreciente por ser negativa la pendiente. Cuanto mayor es el valor
de x, menor es el valor de y.

c. Halla otros dos puntos de la recta distintos del origen de coordenadas.

Respuesta abierta, por ejemplo: A = (1 , –4), B = (–3 , 12).

3 La recta que pasa por los puntos P (2 , –5) y Q (–4 , 10) ¿se corresponde con la representación gráfica de una función lineal? Justifica tu respuesta.

Se comprueba que la recta que une esos dos puntos es una recta que pasa por el origen de coordenadas, es decir, es una función lineal.

Se halla la pendiente: $\mathrm{m} = -\frac{5}{2} = -\frac{10}{4}$.

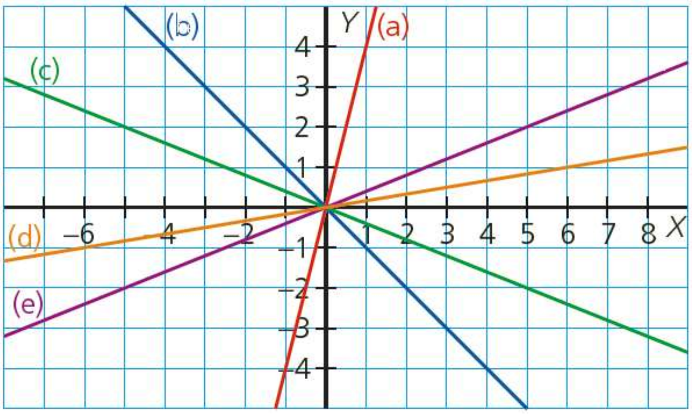
La ecuación de la recta es una función lineal: $y = -\frac{5}{2}x$.

4 Halla la pendiente y la expresión algebraica de la siguiente función lineal definida a partir de su tabla de valores:

x	**–12**	**–6**	**9**	**12**
y	**–4**	**–2**	**3**	**4**

$$m = \frac{y}{x} = \frac{-12}{-4} = \frac{-6}{-2} = \frac{9}{3} = \frac{12}{4} = 3\,;\ y = \frac{1}{3}x$$

5 Halla la ecuación de estas rectas:



a. La recta pasa por el punto (1 , 4) , es decir, $m = \frac{4}{1} = 4$; $y = 4x$

b. La recta pasa por el punto (–1 , 1) , es decir, $m = \frac{1}{-1} = -1$; $y = -x$

c. La recta pasa por el punto (–5 , 2) , es decir, $m = -\frac{2}{5}$; $y = -\frac{2}{5}x$

d. La recta pasa por el punto (6 , 1) , es decir, $m = \frac{1}{6}$; $y = \frac{1}{6}x$

e. La recta pasa por el punto (5 , 2) , es decir, $m = \frac{2}{5}$; $y = \frac{2}{5}x$

SOLUCIONES PÁG. 153

6 Representa gráficamente las siguientes funciones afines e indica cuál es la pendiente y la ordenada en el origen de cada una de ellas. Determina si son crecientes, decrecientes o constantes.

Una función afín es aquella cuya expresión algebraica es de la forma $y = mx + n$.

a. $\boldsymbol{y = -4x - 1}$

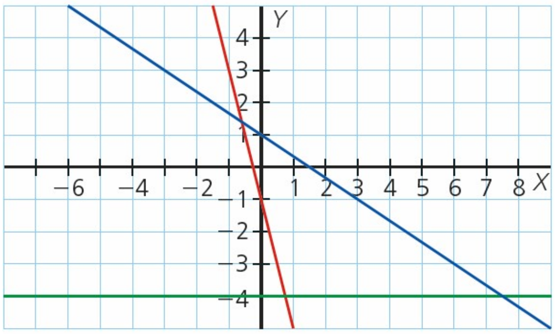
$m = -4$, $n = -1$, es decreciente, porque $m < 0$.

b. $\boldsymbol{y = -\frac{2}{3}x + 1}$

$m = -\frac{2}{3}$, $n = 1$, es decreciente, porque $m < 0$.

c. $\boldsymbol{y = -4}$

$m = 0$, $n = -4$, es constante, porque $m = 0$.



7 **Determina la ecuación de la recta sabiendo que:**
a. Su pendiente es –2 y pasa por el punto P (–4 , –3).
Sustituyendo en la ecuación punto-pendiente, $y - y_0 = m \cdot (x - x_0)$ y con $x_0 = -4$, $y_0 = -3$:
$y + 3 = -2 \cdot (x + 4) \Rightarrow y = -2x - 11$

b. Pasa por el punto Q (–1 , 5) y es paralela a la recta $y = -3x + 4$.
Como la recta es paralela a $y = -3x + 4$, la pendiente de las dos rectas es la misma, por tanto, la pendiente es m = –3.
Sustituyendo la pendiente y el punto en la ecuación punto-pendiente,
$y - y_0 = m \cdot (x - x_0)$ y con $x_0 = -1$, $y_0 = 5$:
$y - 5 = -3 \cdot (x + 1) \Rightarrow y = -3x + 2$

8 **A partir de la recta $y = \frac{5}{2}x + \frac{3}{2}$, obtén su ecuación general.**

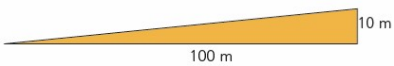
La ecuación general de la recta es $ax + by + c = 0$, siendo a, b y c números reales

$$y = -\frac{5}{2}x + \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{5}{2}x + y - \frac{3}{2} = 0$$

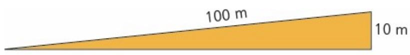
También puede expresarse así: $5x + 2y - 3 = 0$

9 **¿Qué significado matemático tiene esta señal de tráfico? ¿Coincide este significado con su interpretación en el código de circulación?**

El significado matemático está relacionado con el concepto de pendiente: por cada
100 m recorridos en horizontal, subimos 10 m en vertical:



Sin embargo, al circular en coche la señal significa que por cada 100 m que recorremos, ascendemos 10 m:

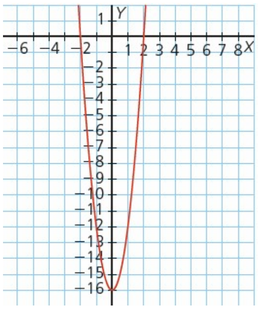


SOLUCIONES PÁG. 155

10 Determina el vértice y los puntos de corte con los ejes de las siguientes funciones cuadráticas y represéntalas. Estudia el dominio, el recorrido, el crecimiento, la continuidad y la simetría de cada una de ellas.

Una función cuadrática es de la forma $y = ax^2 + bx + c$, siendo *a*, *b* y *c* números reales, y $a \neq 0$.

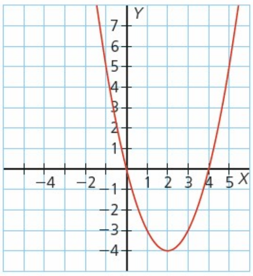
a. $\boldsymbol{y = 4x^2 - 16}$



$V = (x_v\ ,\ y_v) \Longrightarrow\ x_v = -\dfrac{b}{2a}\ ,\ y_v = f\left(-\dfrac{b}{2a}\right) \Rightarrow V\left(-\dfrac{b}{2a}, f\left(-\dfrac{b}{2a}\right)\right) \Longrightarrow V\,(0\ ,\ -16)$

Puntos de corte con el eje *X:* (–2 , 0) y (2 , 0)
Punto de corte con el eje *Y:* (0 , –16)
Dominio: $\mathbb{R}$
Recorrido: [–16 , +∞)
Crece: (0 , +∞)
Decrece: (–∞ , 0)
Continua en todo su dominio de definición.
Simetría: par, porque f (*x*) = f (–*x*).

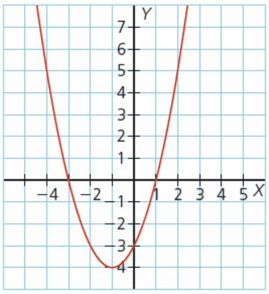
b. $\boldsymbol{y = x^2 - 4x}$



$V = (x_v\ ,\ y_v) \Longrightarrow\ x_v = -\dfrac{b}{2a}\ ,\ y_v = f\left(-\dfrac{b}{2a}\right) \Rightarrow V\left(-\dfrac{b}{2a}, f\left(-\dfrac{b}{2a}\right)\right) \Longrightarrow V\,(2\ ,\ -4)$

Puntos de corte con el eje *X:* (0 , 0) y (4 , 0)
Punto de corte con el eje *Y:* (0 , 0)
Dominio: $\mathbb{R}$
Recorrido: [–4 , +∞)
Crece: (2 , +∞)
Decrece: (–∞ , 2)
Continua en todo su dominio de definición.
Simetría: no tiene.

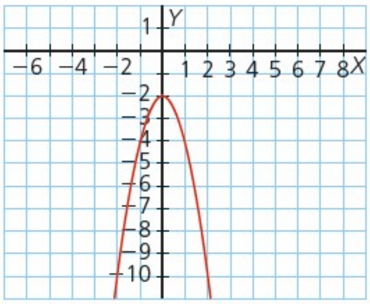
c. $\boldsymbol{y = x^2 + 2x - 3}$



$$V = (x_v\ ,\ y_v) \Longrightarrow\ x_v = -\frac{b}{2a}\ ,\ y_v = f\left(-\frac{b}{2a}\right) \Rightarrow V\left(-\frac{b}{2a}, f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right) \Longrightarrow V\,(-1\ ,\ -4)$$

Puntos de corte con el eje *X:* (–3 , 0) y (1 , 0)
Punto de corte con el eje *Y:* (0 , –3)
Dominio: $\mathbb{R}$
Recorrido: [–4 , +∞)
Crece: (–1 , +∞)
Decrece: (–∞ , –1)
Continua en todo su dominio de definición.
Simetría: no tiene.

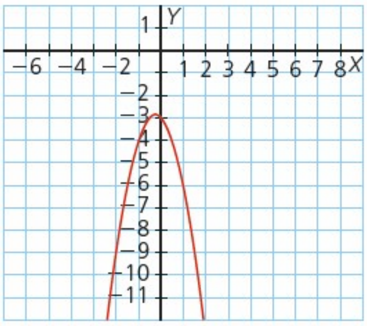
d. $\boldsymbol{y = -2x^2 - 2}$



$$V = (x_v\ ,\ y_v) \Longrightarrow\ x_v = -\frac{b}{2a}\ ,\ y_v = f\left(-\frac{b}{2a}\right) \Rightarrow V\left(-\frac{b}{2a}, f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right) \Longrightarrow V\,(0\ ,\ -2)$$

Puntos de corte con el eje *X:* no tiene.
Punto de corte con el eje *Y:* (0 , –2)
Dominio: $\mathbb{R}$
Recorrido: (–∞ , –2]
Decrece: (0 , +∞)
Crece: (–∞ , 0)
Continua en todo su dominio de definición.
Simetría: par, porque f (*x*) = f (–*x*).

e. $\boldsymbol{y = -2x^2 - x - 3}$



$V = (x_v\ ,\ y_v) \Rightarrow\ x_v = -\dfrac{b}{2a}\ ,\ y_v = f\left(-\dfrac{b}{2a}\right) \Rightarrow V\left(-\dfrac{b}{2a}, f\left(-\dfrac{b}{2a}\right)\right) \Rightarrow V\left(-\dfrac{1}{4}, -\dfrac{23}{8}\right)$

No tiene puntos de corte con el eje *X*.
Punto de corte con el eje *Y:* (0 , –3)
Dominio: $\mathbb{R}$

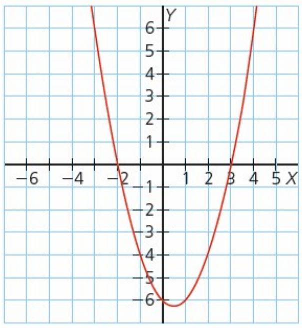
Recorrido: $\left(-\infty, \dfrac{-23}{8}\right]$

Decrece: $\left(\dfrac{-1}{4}, +\infty\right)$

Crece: $\left(-\infty\ ,\ \dfrac{-1}{4}\right)$

Continua en todo su dominio de definición.
Simetría: no tiene.

f. $\boldsymbol{y = x^2 - x - 6}$



$V = (x_v\ ,\ y_v) \Rightarrow x_v = -\dfrac{b}{2a}\ ,\ y_v = f\left(-\dfrac{b}{2a}\right) \Rightarrow V\left(-\dfrac{b}{2a}\ ,\ f\left(-\dfrac{b}{2a}\right)\right) \Rightarrow V\left(\dfrac{1}{2}, -\dfrac{25}{4}\right)$

Puntos de corte con el eje *X:* (–2 , 0) y (3 , 0)
Punto de corte con el eje *Y:* (0 , –6)
Dominio: $\mathbb{R}$

Recorrido: $\left(-\dfrac{25}{4}, +\infty\right)$

Crece: $\left(\dfrac{1}{2}, +\infty\right)$

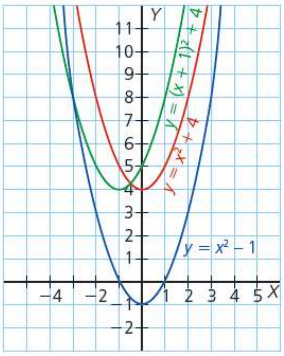
Decrece: $\left(-\infty, \dfrac{1}{2}\right)$

Continua en todo su dominio de definición.
Simetría: no tiene.

11 Representa la función $y = x^2 + 4$ y a partir de ella, representa las funciones: $y = x^2 - 1$ e $y = (x + 1)^2 + 4$.

La función cuadrática $y = f(x) + p$ se obtiene representando en primer lugar $f(x) = x^2$, que es una parábola y desplazando después dicha parábola según el valor de p:

- Si p = 4, la función es $y = x^2 + 4$, que corresponde a la gráfica de $f(x) = x^2$ desplazada en vertical hacia arriba 4 unidades.
- Si p = –1, la función es $y = x^2 - 1$, que corresponde a la gráfica de $f(x) = x^2$ desplazada en vertical hacia abajo 1 unidad.



La función cuadrática $y = f(x + q) + p$ se obtiene representando en primer lugar $f(x) = x^2$, que es una parábola y desplazando después dicha parábola según el valor de q y de p:

- Si q = 1 y p = 4, la función es $y = (x + 1)^2 + 4$, que corresponde a la gráfica de $f(x) = x^2$ desplazada en horizontal hacia la izquierda 1 unidad y en vertical hacia arriba 4 unidades.

12 Las funciones cuadráticas están presentes en numerosas situaciones de la vida real. Formad un grupo y tomad fotografías en la que aparezcan parábolas. Con ellas realizad una presentación en PowerPoint y exponerla en clase.

Respuesta abierta.

SOLUCIONES PÁG. 155

13 Representa gráficamente las siguientes funciones de proporcionalidad inversa:

a. $y = \dfrac{1}{x}$

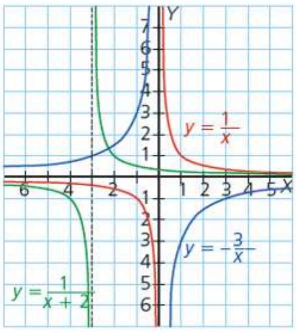
Las ramas de la hipérbola estarán en los cuadrantes primero y tercero y además la gráfica pasará por los puntos (1 , 1) y (–1 , –1)

b. $y = \dfrac{-3}{x}$

Las ramas de la hipérbola estarán en los cuadrantes segundo y cuarto, y además la gráfica pasará por los puntos (3 , –1) y (–3 , 1).

c. $y = \dfrac{1}{x+2}$

Se toma la hipérbola $y = \dfrac{k}{x}$ y se traslada 2 unidades hacia la izquierda.



d. $\boldsymbol{y = \dfrac{2}{x-3}}$

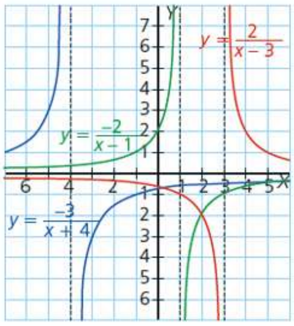
Se representa la hipérbola $y = \dfrac{2}{x}$ y se desplaza 3 unidades hacia la derecha.

e. $\boldsymbol{y = \dfrac{-3}{x+4}}$

Se representa la hipérbola $y = \dfrac{-3}{x}$, que ocupará los cuadrantes segundo y cuarto y se desplaza 4 unidades hacia la izquierda.

f. $\boldsymbol{y = \dfrac{-2}{x-1}}$

Se representa la hipérbola $y = \dfrac{-2}{x}$, que ocupará los cuadrantes segundo y cuarto y se desplaza 1 unidad hacia la derecha.



g. $\boldsymbol{y = \dfrac{1}{x+2} + 3}$

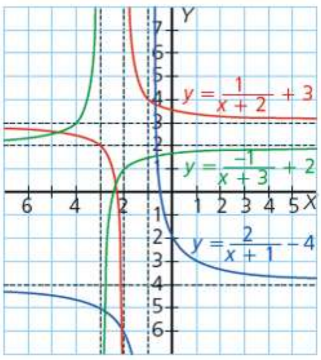
Se representa la hipérbola $y = \dfrac{1}{x}$ y se desplaza 2 unidades hacia la izquierda y 3 unidades hacia arriba.

h. $\boldsymbol{y = \dfrac{2}{x+1} - 4}$

Se representa la hipérbola $y = \dfrac{2}{x}$ y se desplaza 1 unidad hacia la izquierda y 4 unidades hacia abajo.

i. $\boldsymbol{y = \dfrac{-1}{x+3} + 2}$

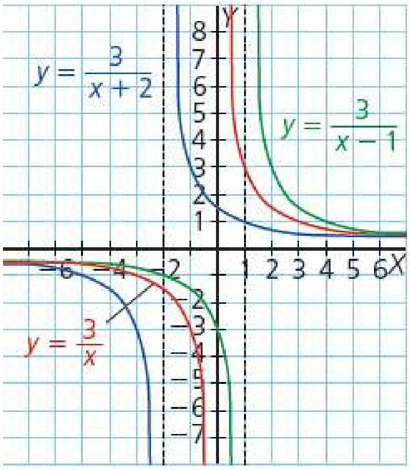
Se representa la hipérbola $y = \dfrac{-1}{x}$, que ocupará los cuadrantes segundo y cuarto y se desplaza 3 unidades hacia la izquierda y 2 unidades hacia arriba.



14 Dibuja la hipérbola $y=\frac{3}{x}$. A partir de ella, representa las hipérbolas propuestas.

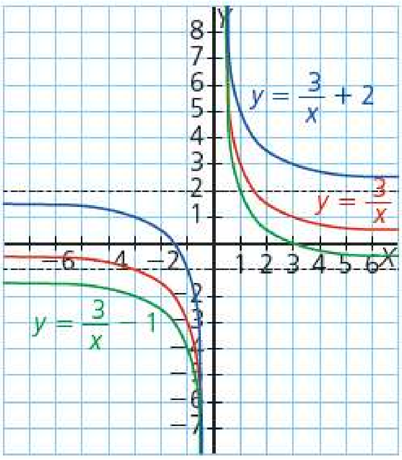
a. $y=\frac{3}{x+2}$ **e** $y=\frac{3}{x-1}$

Para representar la primera se desplaza la hipérbola $y=\frac{3}{x}$ 2 unidades hacia la izquierda, para la segunda se desplaza la hipérbola $y=\frac{3}{x}$ 1 unidad hacia la derecha.



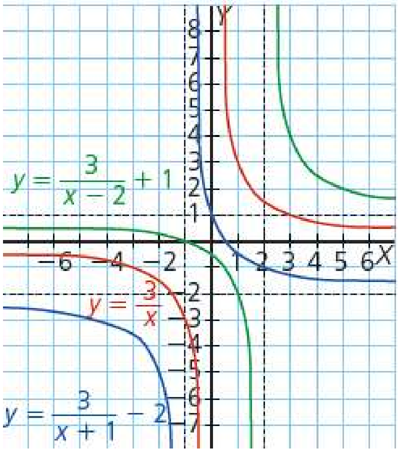
b. $y=\frac{3}{x}+2$ **e** $y=\frac{3}{x}-1$

Para representar la primera se desplaza la hipérbola $y=\frac{3}{x}$ 2 unidades hacia arriba, para la segunda se desplaza la hipérbola $y=\frac{3}{x}$ 1 unidad hacia abajo.



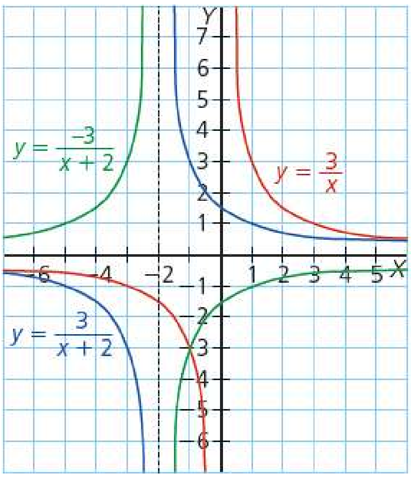
c. $\boldsymbol{y = \frac{3}{x+1} - 2}$ **e** $\boldsymbol{y = \frac{3}{x-2} + 1}$

Para representar la primera se desplaza la hipérbola $y = \frac{3}{x}$ 1 unidad hacia la izquierda y 2 unidades hacia abajo, para la segunda se desplaza la hipérbola $y = \frac{3}{x}$ 2 unidades hacia la derecha y 1 unidad hacia arriba.



d. $\boldsymbol{y = \frac{3}{x+2}}$ **e** $\boldsymbol{y = \frac{-3}{x+2}}$

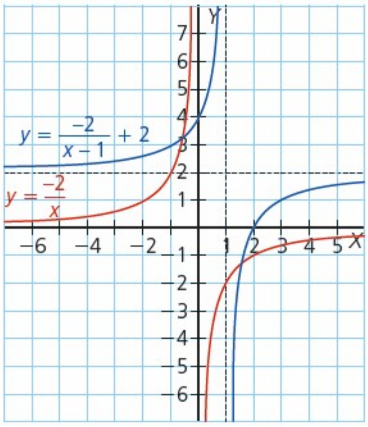
Para representar la primera se desplaza la hipérbola $y = \frac{3}{x}$ 2 unidades hacia la izquierda, para la segunda se desplaza la hipérbola $y = \frac{-3}{x}$, que ocupa los cuadrantes segundo y cuarto, 2 unidades hacia la izquierda.



15 Representa gráficamente la función de proporcionalidad inversa $y = \frac{-2}{x}$. Trasládala 1 unidad hacia la derecha y 2 unidades hacia arriba. Determina luego su expresión algebraica.

Si se desplaza la función $y = \frac{-2}{x}$ una unidad hacia la derecha, su expresión algebraica es: $y = \frac{-2}{x-1}$

Si se desplaza, además, dos unidades hacia arriba, la expresión algebraica es: $y = \frac{-2}{x-1} + 2$



16 Una persona que camina con una velocidad v = 6 km/h tarda 2 h en recorrer la distancia entre dos puntos de su ciudad.

a. Construye una tabla de valores que relacione la velocidad de la persona y el tiempo que tarda en recorrer la distancia entre los dos puntos de su ciudad.

***x* = tiempo (h)**	1	**2**	3	4	6	12
***y* = velocidad (km/h)**	12	**6**	4	3	2	1

b. ¿Es la función que relaciona la velocidad y el tiempo inversamente proporcional? Razona tu respuesta.

Sí porque si aumenta la velocidad, disminuye el tiempo y al revés.

c. Escribe la expresión algebraica de la función tiempo-velocidad y represéntala gráficamente.

La constante de proporcionalidad inversa es: k = $x \cdot y = 6 \cdot 2 = 12$, luego la ecuación es $y = \frac{k}{x} = \frac{12}{x}$

17 Busca en Internet información sobre la ley de Boyle, que relaciona la temperatura, la presión y el volumen de los gases. Encuentra la fórmula que permite calcular la presión en función de la temperatura y el volumen. ¿Qué tipo de función es?

La ley de Boyle establece que la presión de un gas en un recipiente cerrado es inversamente proporcional al volumen del recipiente, cuando la temperatura es constante. Es decir: $P = \frac{k}{V}$, donde P es la presión, V el volumen y k la temperatura constante.

Es una función de proporcionalidad inversa.

SOLUCIONES PÁG. 159

1 ¿Cuál es el punto por el que pasan todas las funciones lineales?
Por el origen de coordenadas: O (0 , 0)

2 ¿Cómo se llaman las funciones afines cuya pendiente es nula?
Constantes.

3 ¿Cuáles son las coordenadas del vértice de una parábola? ¿Y la ecuación del eje de simetría?
Si la ecuación de la parábola es $y = ax^2 + bx + c$, el vértice es:
$V = (x_v , y_v) \Rightarrow x_v = -\frac{b}{2a}, \; y_v = f\left(-\frac{b}{2a}\right) \Longrightarrow$ el eje de simetría $x = -\frac{b}{2a}$

4 ¿Cuándo es decreciente una función afín? ¿Y creciente? ¿Podrías determinarlo sin representar la gráfica?
Una función afín es decreciente cuando su pendiente es negativa, es decir, cuando el coeficiente de x es negativo. Y es creciente cuando su pendiente es positiva, es decir, cuando el coeficiente de x es positivo. Para determinarlo, sin necesidad de representar la gráfica, basta con fijarse en el coeficiente de x, en la expresión explícita.

5 ¿Cómo se puede saber, sin representar una parábola, hacia dónde van dirigidas sus ramas?
En las funciones cuadráticas, con expresión del tipo $y = ax^2 + bx + c$, cuando el coeficiente $a > 0$, las ramas van a las ordenadas positivas, si el coeficiente $a < 0$, las ramas van a las ordenadas negativas.

6 ¿Todas las parábolas son simétricas pares? Si no es así, ¿qué debe cumplir la parábola para que sí lo sea?
Si la función es cuadrática par significa que $f(x) = f(-x)$, condición que solo se cumple si su vértice está sobre el eje Y, es decir, si el coeficiente b de la expresión $y = ax^2 + bx + c$ es nulo.

7 ¿Cuál es el significado geométrico de la pendiente de una recta?
Es la inclinación que tiene la recta con respeto a la parte positiva del eje X.

8 ¿Cuántos puntos de corte con el eje de abscisas puede tener una parábola? ¿Y con el de ordenadas? Razona tus respuestas.
Con el eje de abscisas puede tener dos, uno o ninguno, según tenga la ecuación $ax^2 + bx + c = 0$, dos, una o ninguna solución. Con el eje de ordenadas uno.

9 ¿Son simétricas todas las funciones de proporcionalidad inversa? En caso afirmativo, ¿son simétricas pares o impares?
Sí, respecto de una recta vertical y otra horizontal a las que se aproximan las ramas de la hipérbola al tomar las variables x e y valores muy grandes.

10 Las funciones de proporcionalidad inversa se representan mediante hipérbolas. ¿En qué cuadrante se sitúan las ramas de la hipérbola? ¿De qué depende?

En el primer y tercer cuadrante o en el segundo y cuarto cuadrante. Depende del signo de k:

- Si k > 0, las ramas de la hipérbola están en el primer y en el tercer cuadrante.
- Si k < 0, las ramas de la hipérbola están en el segundo y en el cuarto cuadrante.

11 ¿Qué ha de cumplir una parábola para que su vértice esté sobre el eje de abscisas?

Si el vértice está sobre el eje de abscisas significa que la ecuación tiene una solución, es decir, que se cumple $y = ax^2 + bx + c = 0$.

12 Realiza una presentación a tus compañeros. Puedes hacer un documento PowerPoint, utilizar Glogster…

Respuesta abierta.

SOLUCIONES PÁG. 160
REPASO FINAL

FUNCIONES LINEALES

1 Asocia en tu cuaderno cada gráfica con su ecuación.

a. $\boldsymbol{y = 3x}$. La pendiente es m = 3.

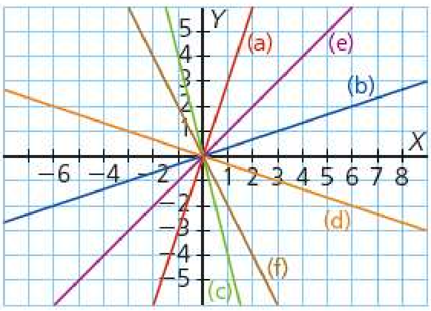
b. $\boldsymbol{y = \frac{1}{3}x}$. La pendiente es $m = \frac{1}{3}$.

c. $\boldsymbol{y = -4x}$. La pendiente es m = –4.

d. $\boldsymbol{y = -\frac{1}{3}x}$. La pendiente es $m = -\frac{1}{3}$.

e. $\boldsymbol{y = x}$. La pendiente es m = 1.

f. $\boldsymbol{y = -2x}$. La pendiente es m = –2.



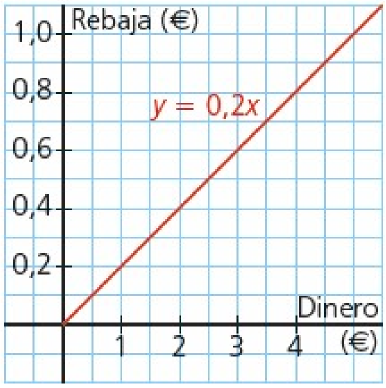
2 Una tienda tiene todos sus artículos rebajados un 20 %.

a. Encuentra la expresión algebraica de la función que relaciona el precio de un artículo y la rebaja que tiene.

Si x es el precio sin descuento, el precio con descuento es: $y = 0{,}2x$

b. Construye una tabla de valores y representa gráficamente la función.

x	*y*
1	0,2
2	0,4
3	0,6
4	0,8
5	1



c. ¿Cuánto cuesta originalmente un artículo que una vez rebajado se queda en 18 €?

Si se hace una rebaja del 20 %, significa que se paga el 80 % del precio del artículo. Por lo tanto:

$$18 = 0{,}8x \Rightarrow x = \frac{18}{0{,}8} = 22{,}5 \text{ €}$$

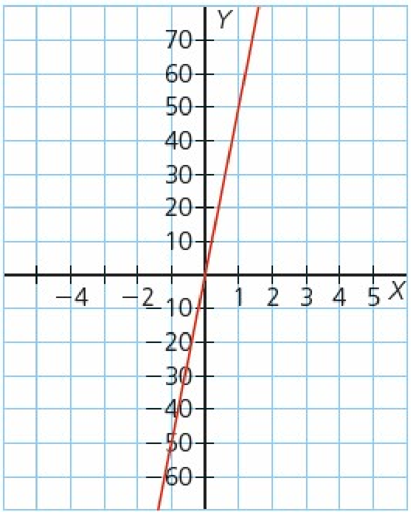
3 Una empresa fabrica tornillos y los empaqueta en bolsas de 50 unidades.

a. ¿Qué tipo de función relaciona el número de tornillos y el de bolsas?

Función de proporcionalidad directa, un valor de y (bolsas) se relaciona con un valor de x (tornillos), $y = mx$.

b. Escribe la expresión algebraica de la función y represéntala gráficamente.

$y = 50x$



c. ¿Pasa la recta por el punto P (12 , 600)? Justifica tu respuesta.

Sí, pues $600 = 50 \cdot 12$

FUNCIONES AFINES

4 Indica la pendiente, la ordenada en el origen y el crecimiento de estas funciones afines y luego represéntalas gráficamente. Comprueba tus resultados con GeoGebra.

a. $y = 2x + 3$

m = 2, n = 3, creciente

b. $y = -x + 1$

m = –1, n = 1, decreciente

c. $y = \frac{1}{3}x - 2$

m = $\frac{1}{3}$, n = –2, creciente

d. $y = -2$

m = 0, n = –2, constante

e. $y = 6$

m = 0, n = 6, constante

f. $y = 1{,}2x + 3$

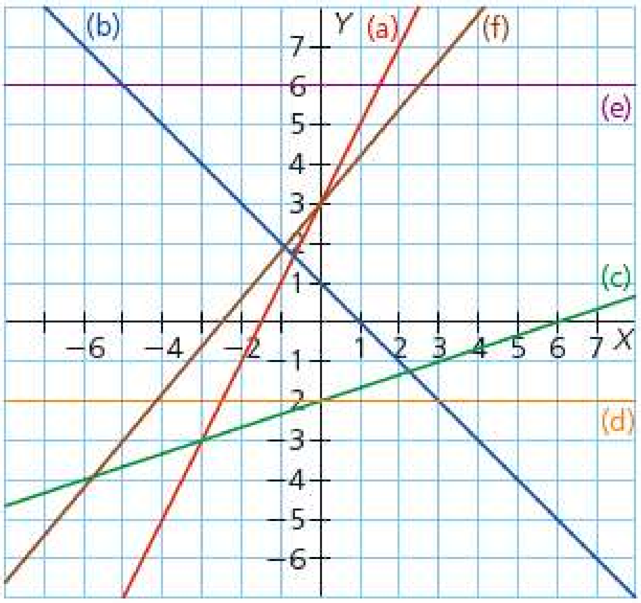
m = 1,2, n = 3, creciente

Indica cuál de ellas pasa por el punto P (3 , –2).

Las funciones que pasan por el punto P (3 , –2) son b. y d., porque al sustituir el punto en ellas se cumplen las igualdades:

En b. –2 = –3 + 1

En d. –2 = –2



5 A partir de la ecuación de la recta $y = 3x - 1$, obtén su ecuación general.

La ecuación general de una recta tiene la forma $ax + by + c = 0$, así que

$y = 3x - 1$:

$3x - y - 1 = 0$

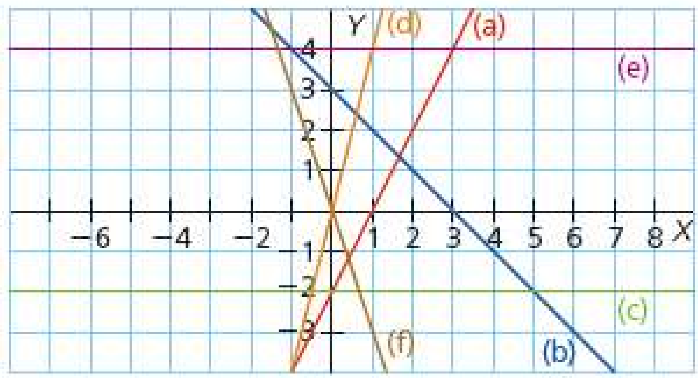
6 **Obtén la ecuación de la recta que pasa por el punto P (3 , –2) y es paralela a la recta *y* = 5*x* – 1.**

Como la recta es paralela a la recta $y = 5x - 1$, ambas tienen la misma pendiente: m = 5.

Sustituyendo en la ecuación punto-pendiente:

$(y - y_0) = m \cdot (x - x_0) \Longrightarrow (y + 2) = 5(x - 3) \Longrightarrow y + 2 = 5x - 15 \Longrightarrow y = 5x - 17$

7 **Determina la ecuación de estas rectas y clasifícalas:**



a.

x	1	2	3
y	0	2	4

$(y_2 - y_1) = m \cdot (x_2 - x_1) \Longrightarrow m = \dfrac{2-0}{2-1} = 2$

$y = mx + n \Longrightarrow 2 = 2 \cdot 2 + n \Longrightarrow n = -2$

Por tanto, la ecuación es:

$y = 2x - 2 \Rightarrow$ Función afín.

b.

x	3	2	1
y	0	1	2

$(y_2 - y_1) = m \cdot (x_2 - x_1) \Longrightarrow m = \dfrac{1-0}{2-3} = -1$

$y = mx + n \Longrightarrow 2 = -1 \cdot 1 + n \Longrightarrow n = 3$

Por tanto, la ecuación es:

$y = -x + 3 \Rightarrow$ Función afín.

c.

x	1	2	3
y	–2	–2	–2

$(y_2 - y_1) = m \cdot (x_2 - x_1) \Longrightarrow m = \dfrac{-2-(-2)}{2-1} = 0$

$y = mx + n \Longrightarrow -2 = 0 + n \Longrightarrow n = -2$

Por tanto, la ecuación es:

$y = -2 \Rightarrow$ Función constante.

d.

x	0	1	0,5
y	0	4	2

$(y_2 - y_1) = \text{m} \cdot (x_2 - x_1) \Longrightarrow \text{m} = \frac{4-0}{1-0} = 4$

$y = \text{m}x + \text{n} \Longrightarrow 0 = 0 + \text{n} \Longrightarrow \text{n} = 0$

Por tanto, la ecuación es:

$y = 4x \Rightarrow$ Función lineal.

e.

x	1	2	3
y	4	4	4

$(y_2 - y_1) = \text{m} \cdot (x_2 - x_1) \Longrightarrow \text{m} = \frac{2-1}{4-4} = 0$

$y = \text{m}x + \text{n} \Longrightarrow 4 = 0 + \text{n} \Longrightarrow \text{n} = 4$

Por tanto, la ecuación es:

$y = 4 \Rightarrow$ Función constante.

8 Halla, en cada caso, la ecuación de la recta que cumple las siguientes condiciones:

a. Su pendiente es $\frac{1}{4}$, y su ordenada en el origen, –1.

$y = \frac{1}{4}x - 1$

b. Su pendiente es –2, y pasa por el punto P (1 , –3).

$(y - y_0) = \text{m} \cdot (x - x_0) \Longrightarrow = y + 3 = -2 \cdot (x - 1) \Longrightarrow y = -2x - 1$

c. Pasa por los puntos P (–3 , 2) y Q (–4 , 0).

$(y_2 - y_1) = \text{m} \cdot (x_2 - x_1) \Longrightarrow (0 - 2) = \text{m} \cdot (-4 + 3) \Longrightarrow \text{m} = 2$

$(y - y_0) = \text{m} \cdot (x - x_0) \Longrightarrow (y - 2) = 2 \cdot (x + 3) \Longrightarrow y = 2x + 8$

d. Tiene la misma pendiente que la recta $y = -x + 3$, y su ordenada en el origen es –2.

$y = -x - 2$

9 Los puntos A (2 , 3), B (–1 , 4) y C (–3 , –1) ¿están alineados?

Hallamos la recta que pasa por los puntos A y B:

$(y_2 - y_1) = \text{m} \cdot (x_2 - x_1) \Longrightarrow (4 - 3) = \text{m} \cdot (-1 - 2) \Longrightarrow \text{m} = -\frac{1}{3}$

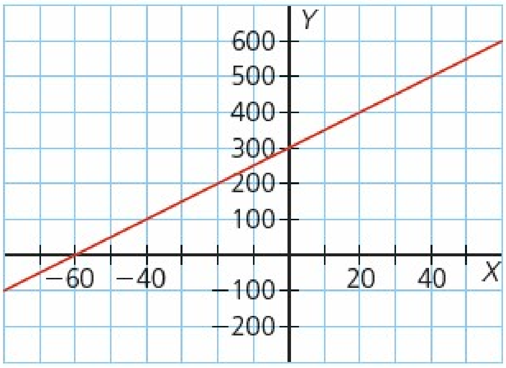
$(y - y_0) = \text{m} \cdot (x - x_0) \Longrightarrow (y - 3) = -\frac{1}{3}(x - 2) \Longrightarrow y = -\frac{1}{3}x + \frac{11}{3}$

Para que los tres puntos estén alineados, deben estar en la misma recta. Comprobamos si el punto C está en la recta que pasa por A y B:

$-1 \neq -\frac{1}{3} \cdot (-3) + \frac{11}{3}$, luego C no pertenece a la recta $y = -\frac{1}{3}x + \frac{11}{3}$. Es decir, los puntos no están alineados.

10 Un repartidor de propaganda cobra mensualmente 300 €, más 5 € por cada paquete de propaganda repartido. Escribe la expresión algebraica de la función que expresa la relación entre el número de paquetes de propaganda y el sueldo recibido y representa la gráfica de la función.

$y = 5x + 300$. Es una función afín, de pendiente m = 5 y ordenada en el origen n = 300.



FUNCIONES CUADRÁTICAS

11 Determina el vértice, el eje de simetría y los puntos de corte con los ejes de las funciones cuadráticas propuestas. Represéntalas luego gráficamente, construyendo una tabla de valores en caso necesario, y señala cuál es la parábola cuyas ramas tienen mayor y menor abertura. Comprueba tus resultados con GeoGebra.

a. $y = x^2 + 6x + 8$

$$V = (x_v\ ,\ y_v) \Longrightarrow\ x_v = -\frac{b}{2a}\ ,\ y_v = f\left(-\frac{b}{2a}\right) \Rightarrow V\left(-\frac{b}{2a}, f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right) \Longrightarrow V\,(-3\ ,-1)$$

Eje de simetría: $x = -3$

Puntos de corte: eje X: (–2 , 0) y (–4, 0), eje Y: (0 , 8)

b. $y = -3x^2 + 6x$

$$V = (x_v\ ,\ y_v) \Longrightarrow\ x_v = -\frac{b}{2a}\ ,\ y_v = f\left(-\frac{b}{2a}\right) \Rightarrow V\left(-\frac{b}{2a}, f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right) \Longrightarrow V\,(1\ ,\ 3)$$

Eje de simetría: $x = 1$

Puntos de corte: eje X: (0 , 0) y (2 , 0), eje Y: (0 , 0)

c. $y = 4x^2 - 4$

$$V = (x_v\ ,\ y_v) \Longrightarrow\ x_v = -\frac{b}{2a}\ ,\ y_v = f\left(-\frac{b}{2a}\right) \Rightarrow V\left(-\frac{b}{2a}, f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right) \Longrightarrow V\,(0\ ,\ -4)$$

Eje de simetría: x = 0

Puntos de corte: eje X: (1 , 0) y (–1 , 0), eje Y: (0 , –4)

d. $\boldsymbol{y = -2x^2 - 3x + 2}$

$V = (x_v , y_v) \Longrightarrow x_v = -\frac{b}{2a}, \; y_v = f\left(-\frac{b}{2a}\right) \Rightarrow V\left(-\frac{b}{2a}, f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right)$

$y_v = f\left(-\frac{b}{2a}\right) = -2\cdot\left(-\frac{3}{4}\right)^2 - 3\cdot\left(-\frac{3}{4}\right) + 2 = -\frac{18}{16} + \frac{9}{4} + 2 =$

$= \frac{-18+36+32}{16} = \frac{50}{16} = \frac{25}{8}$

$V\left(-\frac{3}{4}, \frac{25}{8}\right))$

Eje de simetría: $x = -\frac{3}{4}$

Puntos de corte: eje X: $(-2 , 0)$ y , $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$, eje Y: $(0 , 2)$

e. $\boldsymbol{y = 2x^2 + 1}$

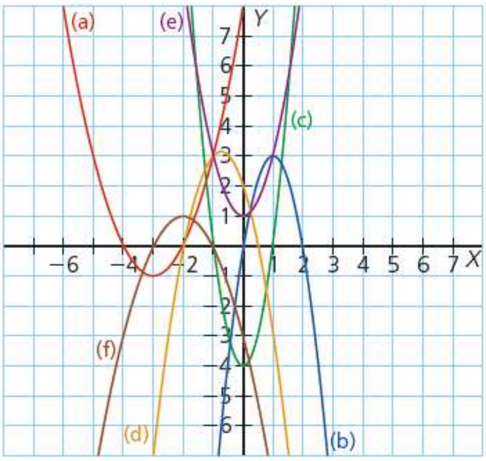
$V = (x_v , y_v) \Longrightarrow x_v = -\frac{b}{2a}, \; y_v = f\left(-\frac{b}{2a}\right) \Rightarrow V\left(-\frac{b}{2a}, f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right) \Longrightarrow V(0 , 1)$

Eje de simetría: $x = 0$
Puntos de corte: eje X: no tiene, eje Y: $(0 , 1)$

f. $\boldsymbol{y = -(x + 2)^2 + 1}$

$V = (x_v , y_v) \Longrightarrow x_v = -\frac{b}{2a}, \; y_v = f\left(-\frac{b}{2a}\right) \Rightarrow V\left(-\frac{b}{2a}, f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right) \Longrightarrow V(-2 , 1)$

Eje de simetría: $x = -2$
Puntos de corte: eje X: $(-3 , 0)$ y $(-1 , 0)$, eje Y: $(0 , -3)$
La parábola de menor abertura es la c. y las de mayor, la a. y la f.



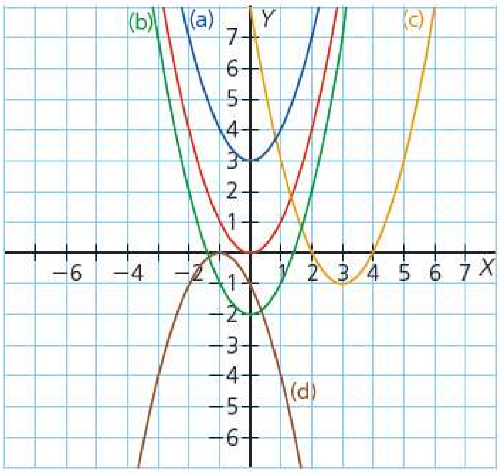
12 Representa estas funciones mediante una traslación de la función $y = x^2$.

a. $y = x^2 + 3$. La parábola $y = x^2$ se traslada 3 unidades hacia arriba.

b. $y = x^2 - 2$. La parábola $y = x^2$ se traslada 2 unidades hacia abajo.

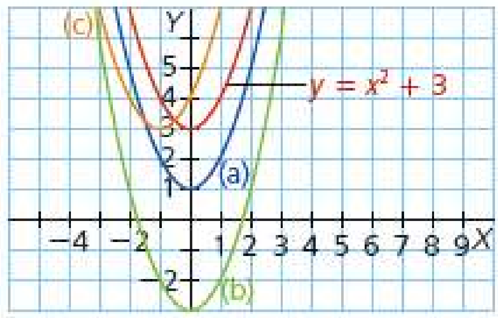
c. $y = (x - 3)^2 - 1$. La parábola $y = x^2$ se traslada 3 unidades hacia la derecha y 1 unidad hacia abajo.

d. $y = -(x + 1)^2$. Se representa la parábola simétrica respecto al eje de abscisas de $y = x^2$ y se traslada 1 unidad hacia la izquierda.



SOLUCIONES PÁG. 161

13 A partir de la parábola $y = x^2 + 3$, escribe la expresión algebraica de las funciones cuadráticas representadas a continuación:



(a) Es la parábola $y = x^2 + 3$ desplazada 2 unidades hacia abajo, es decir,
$y = (x^2 + 3) - 2 = x^2 + 1$

(b) Es la parábola $y = x^2 + 3$ desplazada 4 unidades hacia abajo, es decir,
$y = (x^2 + 3) - 2 - 4 = (x^2 + 3) - 6 = x^2 - 3$

(c) Es la parábola $y = x^2 + 3$ desplazada 1 unidad hacia la izquierda, es decir,
$y = (x + 1)^2 + 3 = x^2 + 2x + 4$

14 Halla la expresión algebraica de la función cuadrática cuyo eje de simetría es $x = 4$ y que pasa por los puntos P (0 , –1) y Q (1 , 6).

Si la ecuación es $y = ax^2 + bx + c$:

Como el eje de simetría es $x = -\frac{b}{2a} \Rightarrow -\frac{b}{2a} = 4 \Rightarrow b = -8a$

Pasa por el punto (0 , –1). Como $x = 0 \Rightarrow y = c = -1$

Pasa por el punto (1 , 6) $\Rightarrow a + b + c = 6$

De estas tres igualdades se tiene que: $a = -1$, $b = 8$, $c = -1$

Luego la ecuación es: $y = -x^2 + 8x - 1$

15 Calcula el valor de b, sabiendo que la parábola $y = 3x^2 + bx + 3$ corta al eje de abscisas en un único punto.

Si la parábola corta al eje de abscisas en un solo punto, la ecuación $3x^2 + bx + 3 = 0$ solo tiene una solución, luego su discriminante es cero:

$\Delta = b^2 - 4 \cdot 3 \cdot 3 = b^2 - 36 = 0 \Rightarrow b = \pm 6$

Luego hay dos parábolas que cumplen el enunciado:

$y = 3x^2 + 6x + 3$ e $y = 3x^2 - 6x + 3$

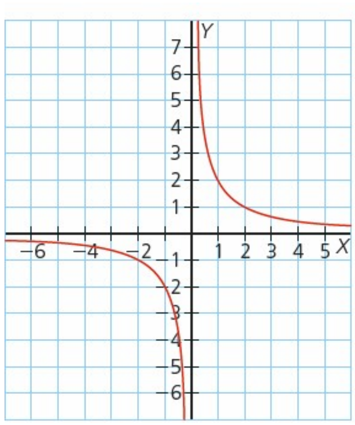
16 En la página educarex.es podrás repasar las funciones cuadráticas.

Respuesta abierta.

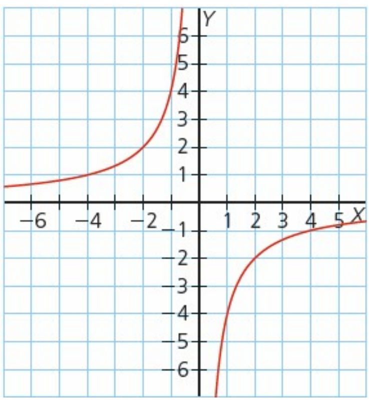
FUNCIONES DE PROPORCIONALIDAD INVERSA

17 Representa gráficamente las siguientes funciones de proporcionalidad inversa y determina si son crecientes o decrecientes.

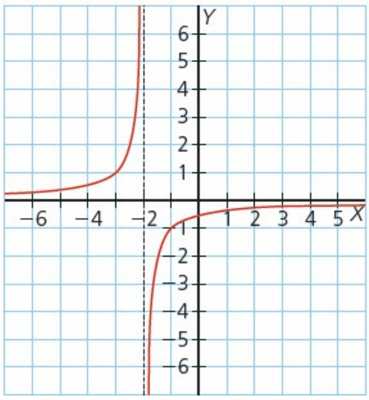
a. $y = \frac{2}{x} \Rightarrow$ Es decreciente.



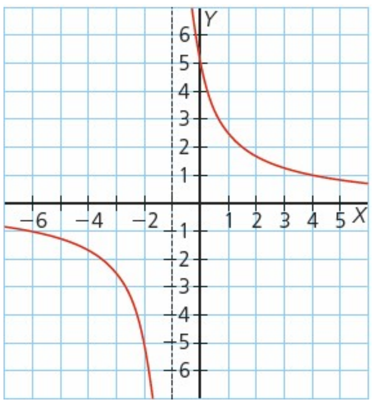
b. $y = \frac{-4}{x} \Rightarrow$ Es creciente.



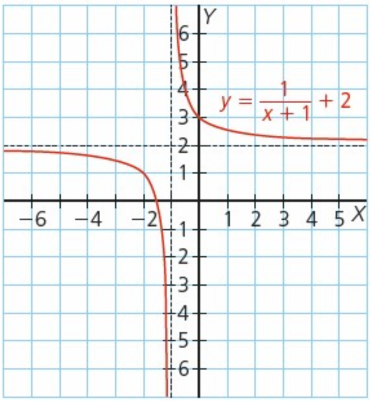
c. $y = \frac{-1}{x+2} \Rightarrow$ Es creciente.



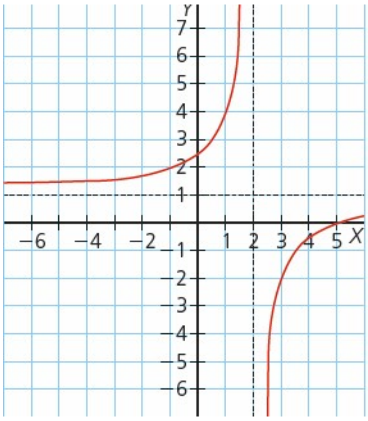
d. $y = \frac{5}{x+1} \Rightarrow$ Es decreciente



e. $y = \dfrac{1}{x+1} + 2 \Rightarrow$ Es decreciente



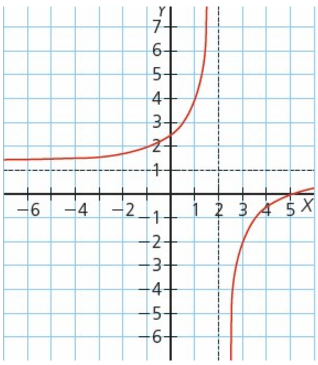
f. $y = \dfrac{-3}{x-2} + 1 \Rightarrow$ Es creciente



18 A partir de la representación gráfica de la función $y = -\dfrac{5}{x}$, representa mediante una traslación las siguientes hipérbolas. Comprueba tus resultados con GeoGebra.

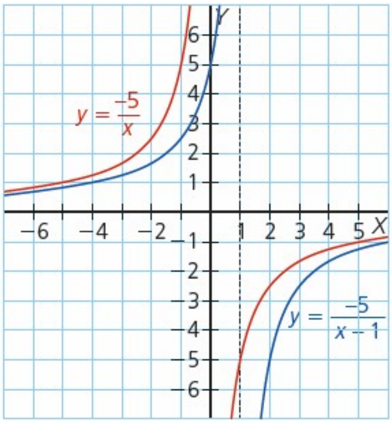
a. $y = \dfrac{-5}{x} + 2$

Se desplaza la hipérbola $y = -\dfrac{5}{x}$ 2 unidades hacia arriba.



b. $y = \dfrac{-5}{x-1}$

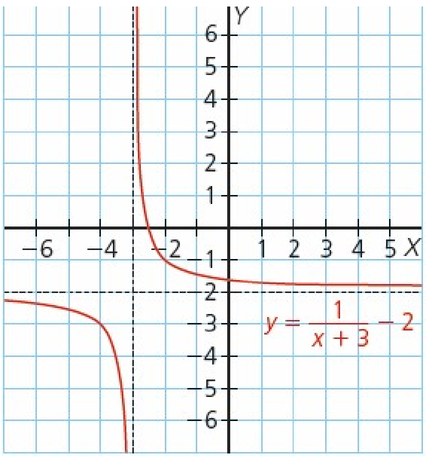
Se desplaza la hipérbola $y = -\dfrac{5}{x}$ 1 unidad hacia la derecha.



c. $y = \dfrac{-5}{x+3} + 4$

Se desplaza la hipérbola $y = -\dfrac{5}{x}$ 3 unidades hacia la derecha y 4 unidades hacia arriba.

19 **Representa gráficamente la hipérbola** $y = \dfrac{1}{x+3} - 2$**.**

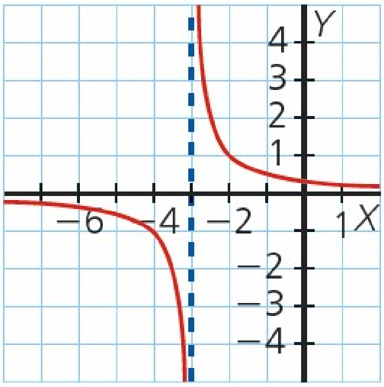


Es la hipérbola $y = \dfrac{1}{x}$ desplazada 3 unidades hacia la izquierda y 2 unidades hacia abajo.

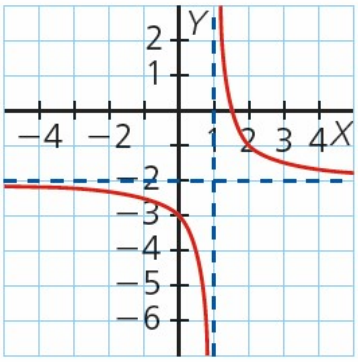
A partir de ella, determina la expresión algebraica de estas funciones:

a. $y = \frac{1}{x+3}$

Es la hipérbola $y = \frac{1}{x}$ desplazada 3 unidades hacia la izquierda.



b. $y = \frac{1}{x-1} - 2$



Es la hipérbola $y = \frac{1}{x}$ desplazada 1 unidad hacia la derecha y 2 unidades hacia abajo.

EVALUACIÓN

1 La función $y = -4x + 3$ es una función…

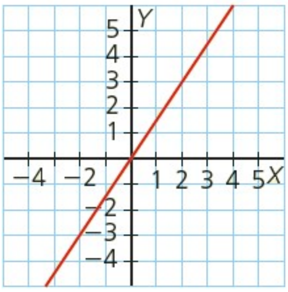
a. Cuadrática.

b. Lineal.

c. Afín, porque su forma es $y = mx + n$.

d. De proporcionalidad inversa.

2 La ecuación de la recta de la gráfica es:



a. $\boldsymbol{y = 3x}$

b. $y = \frac{3}{2}x$, porque la recta pasa por el punto (2 , 3), así que la pendiente es $m = \frac{3}{2}$.

c. $\boldsymbol{y = \frac{2}{3}x}$

d. $\boldsymbol{y = 2x}$

3 La ecuación de la recta que pasa por los puntos (2 , –1) y (3 , 4) es:

a. $\boldsymbol{y = 3x - 7}$

b. $\boldsymbol{y = \frac{1}{5}x - \frac{7}{5}}$

c. $y = 5x - 11$, porque los dos puntos cumplen la ecuación:

$$-1 = 5 \cdot 2 - 11 = 10 - 11 = -1$$

$$4 = 5 \cdot 3 - 11 = 15 - 11 = 4$$

d. $\boldsymbol{y = \frac{1}{3}x - 4}$

4 La parábola $\boldsymbol{y = 3x^2 - 6x + 1}$ tiene por vértice el punto:

a. $V(1 , -2)$ porque $V = (x_V , y_V) \Longrightarrow$

$$x_v = -\frac{b}{2a},\ y_v = f\left(-\frac{b}{2a}\right) \Rightarrow V\left(-\frac{b}{2a}, f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right)$$

$$x_v = -\frac{6}{2 \cdot 3} = 1$$

$$y_v = 3 \cdot 1^2 - 6 \cdot 1 + 1 = -2$$

$$V(1, -2)$$

b. $\boldsymbol{V(0 , 1)}$

c. $\boldsymbol{V(1 , 2)}$

d. $\boldsymbol{V(2 , 1)}$

5 Los puntos de corte con el eje *X* de la parábola $\boldsymbol{y = x^2 - 3x + 2}$ son:

a. (0 , 1) y (0 , 2)

b. No tiene.

c. (0 , 2)

d. (1 , 0) y (2 , 0)

$$x^2 - 3x + 2 = 0 \Longrightarrow$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{3 \pm \sqrt{9-8}}{2} = \frac{3 \pm 1}{2}$$

$$x_1 = 2;\ x_2 = 1$$

Los puntos son $(x_1 , y_1) = (2 , 0)$ y $(x_2 , y_2) = (1 , 0)$

6 **Una empresa de telefonía móvil cobra por establecimiento de llamada 0,15 € y 0,05 € por minuto. ¿Cuál es la expresión algebraica de la función que relaciona el tiempo y el coste de una llamada?**

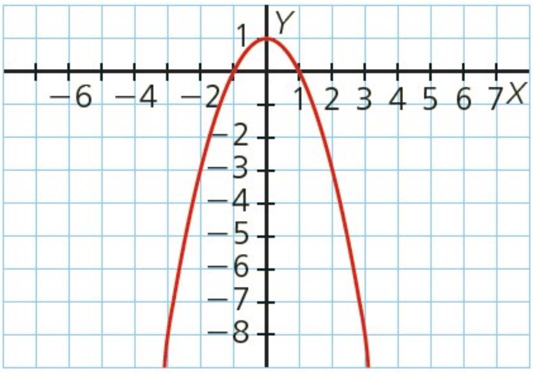
a. $y = 0{,}15x$

b. $y = 0{,}15x + 0{,}05$

c. $y = 0{,}05x + 0{,}15$. Si se llama x a los minutos que dura cada llamada, el coste total es la suma del establecimiento de llamada más los minutos que dura multiplicados por el precio de cada minuto.

d. $y = 0{,}05x$

7 **La ecuación de la parábola siguiente es:**



a. $y = x^2 + 1$

b. $y = –x^2 + 1$. La parábola representada es simétrica de x^2 respecto al eje de abscisas y está desplazada 1 unidad hacia arriba. Corta con el eje Y en el punto (0 , 1) y con el eje X en los puntos (–1 , 0) y (1 , 0).

c. $y = x^2 – 1$

d. $y = –x^2 + 2$