MATEMÁTICAS
2.º ESO

somoslink

SOLUCIONES AL LIBRO DEL ALUMNO

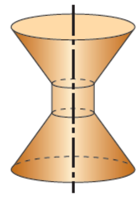
Unidad 15. Cuerpos de revolución

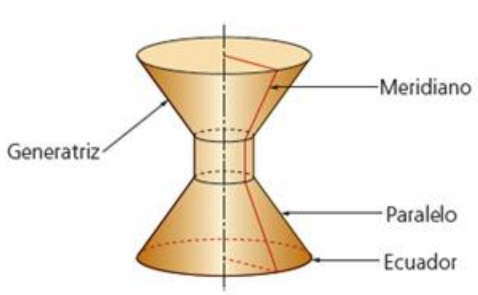
Unidad 15. Cuerpos de revolución

SOLUCIONES PÁG. 285

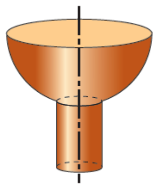
1 Dibuja en tu cuaderno estos cuerpos de revolución y señala sus elementos:

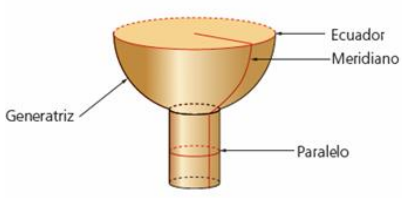
a.





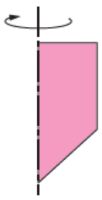
b.

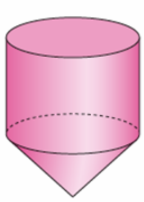




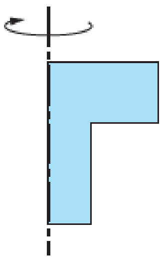
2 Dibuja en tu cuaderno los cuerpos de revolución que se obtienen al hacer girar las figuras indicadas alrededor del eje.

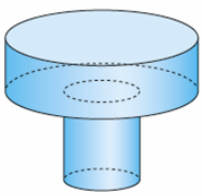
a.





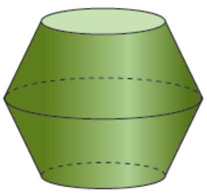
b.





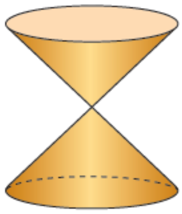
3 Dibuja en tu cuaderno la línea que, con un giro de 360° sobre el eje, origina estos cuerpos de revolución:

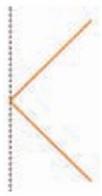
a.



© José Manuel Ocaña Fernández; Damaris Mejía Sánchez-Bermejo; Rosana Romero Torralba
© GRUPO EDELVIVES

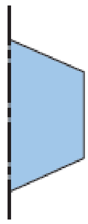
b.



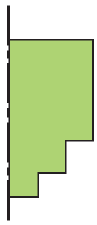


4 Relaciona en tu cuaderno cada figura con su correspondiente cuerpo de revolución.

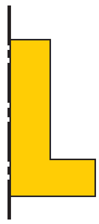
A



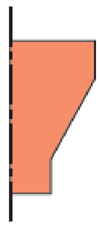
B



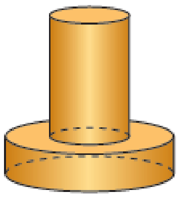
C



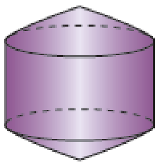
D



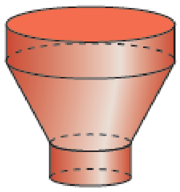
I



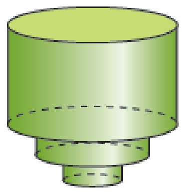
II



III



IV



A-II, B-IV, C-I, D-III

5 ¿Qué puntos de la generatriz que origina un cuerpo de revolución forman paralelos que se reducen a un punto?

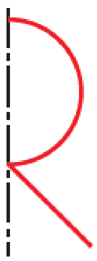
La generatriz es la línea que, al girar alrededor del eje de giro, genera el cuerpo de revolución.

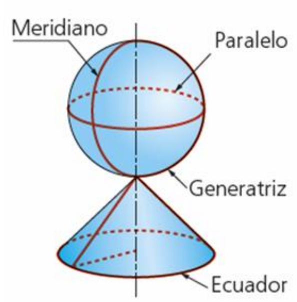
El paralelo es cada una de las circunferencias que describen los puntos de la generatriz en su rotación alrededor del eje de giro.

Por tanto, los puntos que pertenecen al eje de giro forman al girar paralelos que se reducen a un punto.

6 Dibuja en tu cuaderno los cuerpos de revolución que se obtienen cuando giran las generatrices indicadas alrededor del eje. Señala un paralelo, el ecuador y un meridiano en cada uno de ellos.

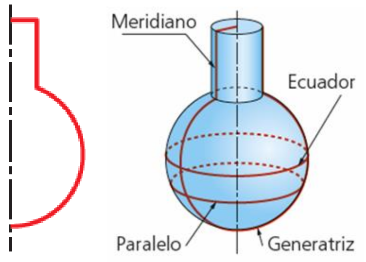
a.





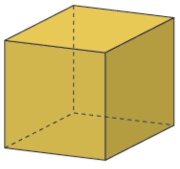
© José Manuel Ocaña Fernández; Damaris Mejía Sánchez-Bermejo; Rosana Romero Torralba
© GRUPO EDELVIVES

b.



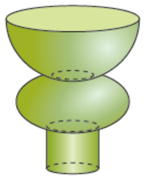
7 Indica cuáles de estos cuerpos son de revolución y dibuja en tu cuaderno la generatriz que los origina:

a.



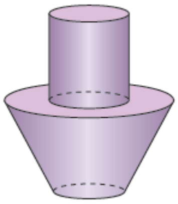
No es un cuerpo de revolución, porque no puede obtenerse al hacer girar una generatriz.

b.



Sí es un cuerpo de revolución y su generatriz es:

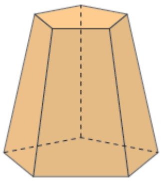
c.



Sí es un cuerpo de revolución, y su generatriz es:

© José Manuel Ocaña Fernández; Damaris Mejía Sánchez-Bermejo; Rosana Romero Torralba
© GRUPO EDELVIVES

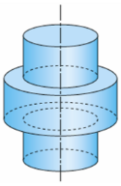
d.



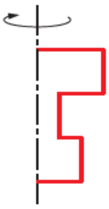
No es un cuerpo de revolución, porque no puede obtenerse al hacer girar una generatriz.

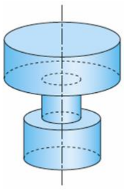
8 Dibuja en tu cuaderno los cuerpos de revolución que se obtendrán al hacer girar las figuras con respecto al eje marcado.

a.



b.



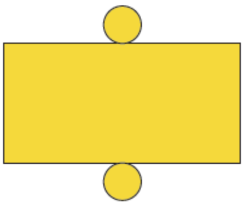


9 Formad grupos de cuatro personas y buscad fotografías de cuerpos de revolución presentes en vuestro entorno. Realizad una presentación y explicad en clase las diferentes figuras.

Respuesta abierta.

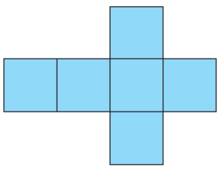
10 Indica cuáles de los siguientes desarrollos planos corresponden a cuerpos de revolución:

a.



No, parece un cilindro, pero no puede formar un cuerpo de revolución porque la longitud de la circunferencia no es igual a la de la base del rectángulo.

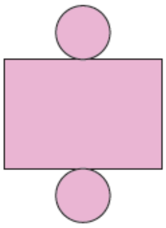
b.



No, es un cubo. No existe generatriz para formar ese cuerpo.

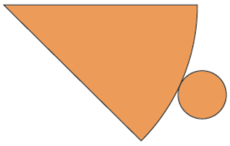
© José Manuel Ocaña Fernández; Damaris Mejía Sánchez-Bermejo; Rosana Romero Torralba
© GRUPO EDELVIVES

c.



Sí, es un cilindro. Su generatriz es una recta paralela al eje de giro.

d.



Sí, es un cono, su generatriz es una recta que corta el eje de rotación.

11 Completa en tu cuaderno las frases con la palabra adecuada para que sean correctas.

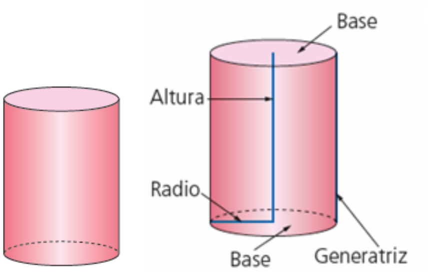
generatriz – meridianos – paralelos

a. Todos los meridianos **son iguales entre sí.**
b. Los paralelos **son circunferencias con centro en el eje de giro.**
c. La recta generatriz **origina un cuerpo de revolución.**

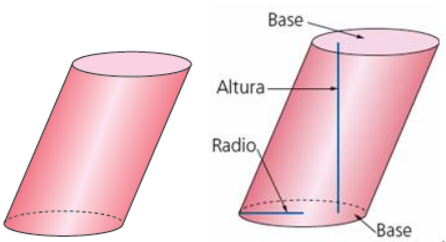
SOLUCIONES PÁG. 287

12 Dibuja en tu cuaderno estos cilindros y señala sus elementos:

a.



b.



13 Mira a tu alrededor e indica tres objetos que sean cilindros.

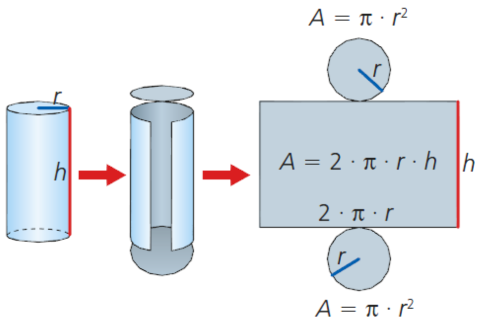
Respuesta abierta.

14 Actividad resuelta.

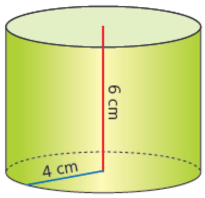
© José Manuel Ocaña Fernández; Damaris Mejía Sánchez-Bermejo; Rosana Romero Torralba
© GRUPO EDELVIVES

15 Halla el área de la base, el área lateral y el área total de los siguientes cilindros:

Para conocer el área de un cilindro se debe tener en cuenta cómo es su desarrollo plano:



a.



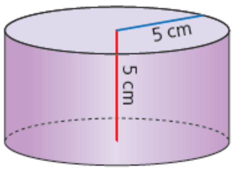
En este caso r = 4 cm y h = 6 cm

$A_{base} = \pi \cdot 4^2 = 50{,}24 \text{ cm}^2$

$A_{lateral} = 2\pi \cdot 4 \cdot 6 = 150{,}72 \text{ cm}^2$

$A_{total} = 2 \cdot 50{,}24 + 150{,}72 = 251{,}2 \text{ cm}^2$

b.



En este caso r = 5 cm y h = 5 cm

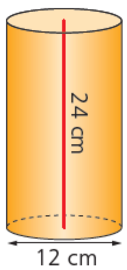
$A_{base} = \pi \cdot 5^2 = 78{,}5 \text{ cm}^2$

$A_{lateral} = 2\pi \cdot 5 \cdot 5 = 157 \text{ cm}^2$

$A_{total} = 2 \cdot 78{,}5 + 157 = 314 \text{ cm}^2$

16 Halla el área total y el volumen de estos cilindros:

a.



En este caso r = 6 cm y h = 24 cm

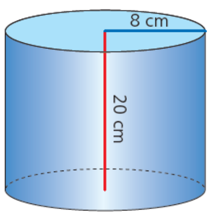
$A_{base} = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 6^2 = 113{,}04 \text{ cm}^2$

$A_{lateral} = 2\pi \cdot r \cdot h = 2\pi \cdot 6 \cdot 24 = 904{,}32 \text{ cm}^2$

$A_{total} = 2 \cdot 113{,}04 + 904{,}32 = 1\,130{,}4 \text{ cm}^2$

$V = A_{base} \cdot h = 113{,}04 \cdot 24 = 2\,712{,}96 \text{ cm}^3$

b.



En este caso r = 8 cm y h = 20 cm

$A_{base} = \pi \cdot 8^2 = 200{,}96 \text{ cm}^2$

$A_{lateral} = 2\pi \cdot 8 \cdot 20 = 1\,004{,}8 \text{ cm}^2$

$A_{total} = 2 \cdot 200{,}96 + 1\,004{,}8 = 1\,406{,}72 \text{ cm}^2$

$V = A_{base} \cdot h = 200{,}96 \cdot 24 = 4\,019{,}2 \text{ cm}^3$

© José Manuel Ocaña Fernández; Damaris Mejía Sánchez-Bermejo; Rosana Romero Torralba
© GRUPO EDELVIVES

17 Una lata cilíndrica de refresco tiene unas dimensiones de 7 cm de diámetro y 15 cm de altura.

a. Halla el área lateral de la lata.

$A_{\text{lateral}} = 2\pi \cdot r \cdot h = 2\pi \cdot 3{,}5 \cdot 15 = 329{,}7 \text{ cm}^2$

b. Calcula el volumen, en litros, que cabe en la lata.

$V = A_{\text{base}} \cdot h = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot 3{,}5^2 \cdot 15 = 576{,}975 \text{ cm}^3 = 0{,}576\,975 \text{ L}$

c. ¿Cuántas latas se necesitan para envasar 10 L?

Si el volumen en una lata es el calculado en el apartado anterior, 0,577 L, para envasar 10 L se precisan:

10 : 0,577 = 17,33. Por tanto, se necesitan 18 latas.

18 Marcos quiere construir un bote cilíndrico para guardar los útiles de dibujo cuyas dimensiones son 11 cm de alto por 6 cm de diámetro. ¿Qué cantidad de cartulina utilizará?

Se trata de calcular la superficie de un cilindro sin una de las tapas:

$A_{\text{base}} = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 3^2 = 28{,}2 \text{ cm}^2$

$A_{\text{lateral}} = 2\pi \cdot r \cdot h = 2\pi \cdot 3 \cdot 11 = 207{,}3 \text{ cm}^2$

$A_{\text{total}} = 28{,}2 + 207{,}3 = 235{,}5 \text{ cm}^2$

Utilizará 235,5 cm^2 de cartulina.

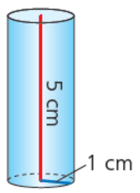
19 Una jarra cilíndrica tiene unas dimensiones de 10 cm de diámetro y 25 cm de altura. ¿Cuántos litros de agua caben en la jarra?

$V = A_{\text{base}} \cdot h = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot 5^2 \cdot 25 = 1\,962{,}5 \text{ cm}^3$.

En la jarra caben 1,962 5 L

20 Calcula mentalmente el área total y el volumen, expresándolos en función de π, de los siguientes cilindros:

a.



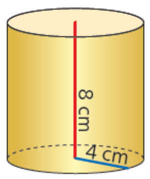
$A_{\text{base}} = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 1^2 = \pi \text{ cm}^2$

$A_{\text{lateral}} = 2\pi \cdot r \cdot h = 2\pi \cdot 1 \cdot 5 = 10\pi \text{ cm}^2$

$A_{\text{total}} = 2 \cdot \pi \cdot r^2 + 2\pi \cdot r \cdot h = 2\pi + 10\pi = 12\pi \text{ cm}^2$

$V = A_{\text{base}} \cdot h = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot 25 = 25\pi \text{ cm}^3$

b.



$A_{\text{base}} = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 4^2 = 16\pi$

$A_{\text{lateral}} = 2\pi \cdot r \cdot h = 2\pi \cdot 4 \cdot 8 = 64\pi$

$A_{\text{total}} = 2 \cdot \pi \cdot r^2 + 2\pi \cdot r \cdot h = 32\pi + 64\pi = 96\pi \text{ cm}^2$

$V = A_{\text{base}} \cdot h = \pi \cdot r^2 \cdot h = 16\pi \cdot 8 = 128\pi \text{ cm}^3$

21 En la fabricación de una tubería cilíndrica se han empleado 628 cm^2 de material. Si la tubería tiene un diámetro de 2 cm, ¿cuál es su longitud?

Un tubo es un cilindro sin tapas, es decir, solo se tiene en cuenta el área lateral. Sabiendo que el radio es de 1 cm:

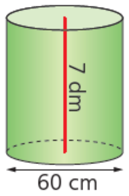
$$A_{\text{lateral}} = 2\pi \cdot r \cdot h = 628 \text{ cm}^2 \Rightarrow h = \frac{628}{2\pi \cdot 1} = 100 \text{ cm} = 1 \text{ m}$$

La tubería tiene una longitud de 1 m.

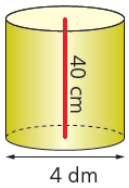
© José Manuel Ocaña Fernández; Damaris Mejía Sánchez-Bermejo; Rosana Romero Torralba
© GRUPO EDELVIVES

22 ¿Cuál de estos dos cilindros tiene mayor capacidad?

a.



b.



Se calcula el volumen de los dos cilindros para compararlo, con la precaución de expresar todas las medidas en dm:

$V = A_{base} \cdot h = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot 3^2 \cdot 7 = 197{,}82\ \text{dm}^3$

$V = A_{base} \cdot h = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot 2^2 \cdot 4 = 50{,}26\ \text{dm}^3$

El cilindro a. tiene mayor capacidad.

23 Un dispensador de agua de forma cilíndrica tiene unas dimensiones de 40 cm de altura por 30 cm de diámetro.

Se considera el dispensador como un cilindro con una sola tapa.

a. ¿Qué cantidad máxima de agua puede contener?

$V = A_{base} \cdot h = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot 15^2 \cdot 40 = 28\,260\ \text{cm}^3$

Puede contener como máximo 28,26 L.

b. Si se consume el agua a razón de 1,5 L cada hora, expresa en horas, minutos y segundos, el tiempo que tardará en vaciarse el dispensador lleno.

$$\frac{1{,}5\ \text{L}}{1\ \text{hora}} = \frac{28{,}260\ \text{L}}{x} \Rightarrow x = 18{,}840\ \text{horas}$$

$$0{,}840\ \text{h} \cdot \frac{60\ \text{min}}{\text{h}} = 50{,}4\ \text{min}$$

$$0{,}4\ \text{min} \cdot \frac{60\ \text{s}}{\text{min}} = 24\ \text{s}$$

El tiempo que tarda el dispensador en vaciarse es de 18 h 50 min 24 s.

24 ¿Cuál es la altura de un cilindro que tiene un volumen de 942 dm³ y cuya base tiene un radio de 10 dm?

$V = A_{base} \cdot h = \pi \cdot r^2 \cdot h = 942\ \text{dm}^3$

$$h = \frac{942}{\pi \cdot 10^2} = 3\ \text{dm}$$

Tiene una altura de 3 dm.

SOLUCIONES PÁG. 289

25 Dibuja en tu cuaderno un cono y señala sus elementos.

Respuesta abierta.

© José Manuel Ocaña Fernández; Damaris Mejía Sánchez-Bermejo; Rosana Romero Torralba
© GRUPO EDELVIVES

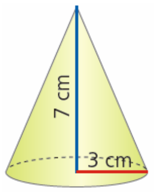
26 Mira a tu alrededor e indica tres objetos que sean conos.

Respuesta abierta.

27 Actividad resuelta.

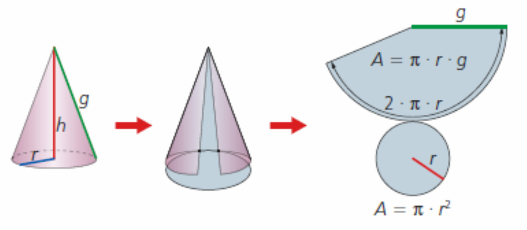
28 Halla el área total de los siguientes conos:

a.



- Se calcula la generatriz del cono aplicando el teorema de Pitágoras:

  $3^2 + 7^2 = g^2 \Rightarrow g = 7{,}62$, la generatriz mide 7,62 cm.

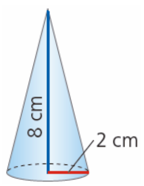


- Se calcula el área del cono mediante la expresión:

  $A_{total} = A_{base} + A_{lateral} = \pi \cdot r^2 + \pi \cdot r \cdot g = \pi \cdot r \cdot (r + g) =$

  $= \pi \cdot 3 \cdot (3 + 7{,}62) = 100{,}04$ cm^2

b.



- Se calcula la generatriz del cono aplicando el teorema de Pitágoras:

  $2^2 + 8^2 = g^2 \Rightarrow g = 8{,}25$, la generatriz mide 8,25 cm.

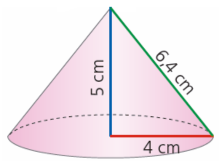
- Se calcula el área del cono mediante la expresión:

  $A_{total} = A_{base} + A_{lateral} = \pi \cdot r^2 + \pi \cdot r \cdot g = \pi \cdot r \cdot (r + g) =$

  $= \pi \cdot 2 \cdot (2 + 8{,}25) = 64{,}37$ cm^2

29 Halla el área total y el volumen de estos conos:

a.



- Se calcula el área del cono mediante la expresión:

  $A_{total} = A_{base} + A_{lateral} = \pi \cdot r^2 + \pi \cdot r \cdot g = \pi \cdot r \cdot (r + g) =$

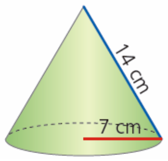
  $= \pi \cdot 4 \cdot (4 + 6{,}4) = 130{,}62$ cm^2

© José Manuel Ocaña Fernández; Damaris Mejía Sánchez-Bermejo; Rosana Romero Torralba
© GRUPO EDELVIVES

- Se calcula el volumen:

$$V = \frac{1}{3} \cdot A_{base} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 4^2 \cdot 5 = 83,73 \text{ cm}^3$$

b.



- Se calcula la altura del cono aplicando el teorema de Pitágoras:

  $7^2 + h^2 = 14^2 \Rightarrow h = 12,12$ cm.

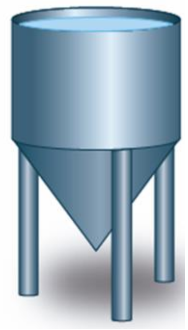
- Se calcula el área del cono mediante la expresión:

  $A_{total} = A_{base} + A_{lateral} = \pi \cdot r^2 + \pi \cdot r \cdot g = \pi \cdot r \cdot (r + g) =$
  $= \pi \cdot 7 \cdot (7 + 14) = 461,58 \text{ cm}^2$

- Se calcula el volumen:

$$V = \frac{1}{3} \cdot A_{base} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 7^2 \cdot 12,12 = 621,59 \text{ cm}^3$$

30 El depósito isotérmico de la figura se utiliza para el almacenaje de leche. Su diámetro es de 800 mm. Por otro lado, la parte cilíndrica tiene la misma altura que la parte cónica, y ambas miden en total 1 700 mm.
¿Qué capacidad de almacenaje tiene el depósito en metros cúbicos?



Se debe calcular el volumen de un cilindro y de un cono idénticos radios y alturas, 400 mm y 850 mm respetivamente, o lo que es lo mismo, un radio de 0,4 m y una altura de 0,85 m.

$V_{cilindro} = A_{base} \cdot h = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot 0,4^2 \cdot 0,85 = 0,427 \text{ m}^3$

$$V_{cono} = \frac{1}{3} \cdot A_{base} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 0,4^2 \cdot 0,85 = 0,142 \text{ m}^3$$

La parte cilíndrica tiene un volumen de 0,427 m^3 y la parte cónica de 0,142 35 m^3. En total tiene un volumen de 0,427 + 0,142 = 0,569 m^3.

31 Las almenas de un castillo tienen el tejado en forma cónica con unas dimensiones de 3 m de altura y un diámetro de 5 m. Halla el área lateral del tejado de una almena.

Se calcula la generatriz del cono aplicando el teorema de Pitágoras:

$2,5^2 + 3^2 = g^2 \Rightarrow g = 3,91$ m.

Se calcula el área lateral del cono mediante la expresión:

$A_{lateral} = \pi \cdot r \cdot g = \pi \cdot 2,5 \cdot 3,91 = 30,69 \text{ m}^2$

© José Manuel Ocaña Fernández; Damaris Mejía Sánchez-Bermejo; Rosana Romero Torralba
© GRUPO EDELVIVES

32 Un reloj de arena de 18 cm de altura se compone de dos recipientes cónicos iguales de 4 cm de diámetro cada uno. La arena ocupa un 85 % de uno de ellos, y el reloj es de 3 min, que es exactamente lo que tarda en caer toda la arena del espacio superior al inferior.

a. ¿Qué volumen tiene el reloj?

Se debe calcular el volumen de dos conos iguales de 2 cm de radio y 9 cm de altura cada uno:

$$V_{cono} = \frac{1}{3} \cdot A_{base} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 2^2 \cdot 9 = 37{,}68 \text{ cm}^3$$

V_{reloj} = 2 · 37,68 = 75,36 cm^3

b. ¿Qué volumen ocupa la arena?

Se calcula el 85 % del volumen de uno de los conos:

V = 0,85 · 37,68 = 32,03 cm^3

c. ¿Cuánto tiempo marcaría el reloj si uno de los recipientes estuviera lleno completamente?

Si 32,03 cm^3 de arena corresponden a 3 minutos, se calcula a cuánto tiempo corresponde el volumen de un recipiente lleno, 37,68 cm^3 de arena:

$$\frac{3 \text{ min}}{32{,}03 \text{ cm}^3} = \frac{x}{37{,}68 \text{ cm}^3} \Rightarrow x = 3{,}53 \text{ min}$$

3,53 min = 3 min 31 min, 45,1 s

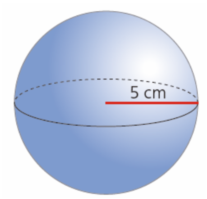
d. Si dispusieses de dos relojes de arena, uno de 5 min y otro de 4 min, ¿cómo conseguirías cronometrar 3 min exactamente?

Se pondrían en marcha a la vez los dos relojes; cuando acabara el de 4 min, quedaría tan solo 1 min en el de 5 min, y en ese momento se le da la vuelta a los dos relojes simultáneamente y cuando se vaciara el de 5 min quedarían exactamente 3 min en el otro reloj.

SOLUCIONES PÁG. 291

33 Determina el área y el volumen de las siguientes esferas:

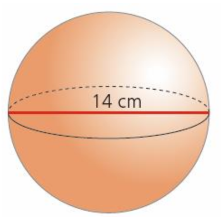
a.



A = 4π · r^2 = 4π · 5^2 = 314 cm^2

$$V = \frac{1}{3} \cdot 4\pi \cdot r^3 = \frac{1}{3} \cdot 4\pi \cdot 5^3 = 523{,}33 \text{ cm}^3$$

b.



A = 4π · r^2 = 4π · 7^2 = 615,44 cm^2

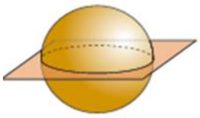
$$V = \frac{1}{3} \cdot 4\pi \cdot r^3 = \frac{1}{3} \cdot 4\pi \cdot 7^3 = 1436{,}03 \text{ cm}^3$$

© José Manuel Ocaña Fernández; Damaris Mejía Sánchez-Bermejo; Rosana Romero Torralba
© GRUPO EDELVIVES

34 Partiendo de una esfera de 4 cm de radio:

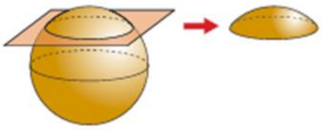
a. ¿Cómo se puede obtener un círculo máximo?

Cortando la esfera con un plano que pase por su centro.



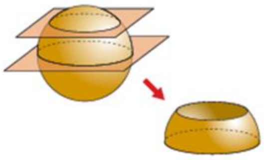
b. ¿Y un círculo menor?

Cortando la esfera con un plano que no pase por su centro.



c. ¿Por dónde se debe cortar una esfera con un plano para obtener dos segmentos esféricos?

Por cualquier plano en el que no esté el centro de la esfera.



35 En el juego del billar americano se utilizan 15 bolas numeradas y una bola blanca. Todas las bolas, la blanca incluida, miden lo mismo: tienen un diámetro de 57 mm.

a. ¿Cuál es la superficie esférica de cada bola?

$A = 4\pi \cdot r^2 = 4\pi \cdot 28{,}5^2 = 10\ 201{,}86\ \text{mm}^2$

b. ¿Qué volumen sumarán todas las bolas del billar?

$$V = \frac{1}{3} \cdot 4\pi \cdot r^3 = \frac{1}{3} \cdot 4\pi \cdot 5^3 = 96917{,}67\,\text{mm}^3$$

Como el volumen de una bola es de 96 917,67 mm^3, el de 15 bolas sería 1 453 765,05 mm^3.

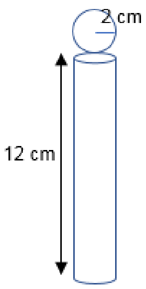
36 Un bastón de madera tiene forma cilíndrica con una longitud de 120 mm y un radio de 2 cm y está rematado en su parte superior con una esfera. Si la esfera tiene el mismo diámetro que la parte cilíndrica, ¿qué cantidad de madera se ha empleado en su construcción?

Se calcula el área de la parte cilíndrica, teniendo en cuanta que tiene las dos tapas:

$A_{\text{base}} = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 2^2 = 12{,}56\ \text{cm}^2$

$A_{\text{lateral}} = 2\pi \cdot r \cdot h = 2\pi \cdot 2 \cdot 12 = 150{,}72\ \text{cm}^2$

$A_{\text{cilindro}} = 150{,}72 + 2 \cdot 12{,}56 = 175{,}84\ \text{cm}^2$

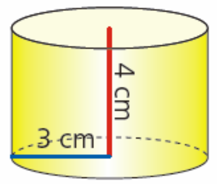


© José Manuel Ocaña Fernández; Damaris Mejía Sánchez-Bermejo; Rosana Romero Torralba
© GRUPO EDELVIVES

Se calcula el área de la parte esférica:
$A_{esfera} = 4\pi \cdot r^2 = 4\pi \cdot 2^2 = 50{,}24\ cm^2$
$A_{total} = A_{cilindro} + A_{esfera} = 226{,}08\ cm^2$, es la cantidad de madera empleada.

37 ¿Cuál de estos cuerpos tiene mayor superficie?

a.

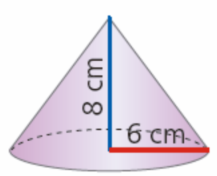


$A_{base} = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 3^2 = 9\pi\ cm^2$

$A_{lateral} = 2\pi \cdot r \cdot h = 2\pi \cdot 3 \cdot 4 = 24\pi\ cm^2$

$A_{cilindro} = 2 \cdot 9\pi + 24\pi = 42\pi\ cm^2$

b.



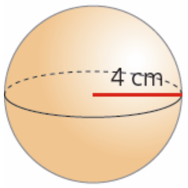
Se calcula la generatriz mediante el teorema de Pitágoras:

$6^2 + 8^2 = g^2 \Rightarrow g = 10$ cm

Se calcula el área total del cono:

$A_{cono} = A_{base} + A_{lateral} = \pi \cdot r^2 + \pi \cdot r \cdot g = \pi \cdot r \cdot (r + g) = \pi \cdot 6 \cdot (6 + 10) = 96\pi\ cm^2$

c.



$A_{esfera} = 4\pi \cdot r^2 = 4\pi \cdot 4^2 = 64\pi\ cm^2$

Tiene mayor superficie el cono.

38 Con una jarra cilíndrica de 38 cm de alto y 14 cm de diámetro completamente llena de agua se quiere rellenar globos para formar esferas con un diámetro de 15 cm. ¿Cuántos globos se podrán rellenar de agua?

El volumen de agua de que se dispone es el de la jarra cilíndrica, es decir,
$V_{cilindro} = A_{base} \cdot h = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot 7^2 \cdot 38 = 1862\pi\ cm^3$
El volumen de cada globo es el de una esfera de 7,5 cm de radio:

$$V_{globo} = \frac{1}{3} \cdot 4\pi \cdot r^3 = \frac{1}{3} \cdot 4\pi \cdot 7{,}5^3 = 562{,}5\pi\ cm^3$$

La relación entre volúmenes es de 3,31, luego se podrán rellenar de agua 3 globos completos.

© José Manuel Ocaña Fernández; Damaris Mejía Sánchez-Bermejo; Rosana Romero Torralba
© GRUPO EDELVIVES

39 Se dispone de una cacerola cilíndrica con unas dimensiones de 30 cm de diámetro y 20 cm de alto llena de sopa en un 90 % con la que se va a servir a una serie de comensales cuyos platos tienen forma de cuenco semiesférico de 8 cm de diámetro. ¿A cuántos comensales se les podrá servir sopa si se llenan los cuencos al 95 %?

El volumen de sopa disponible es del 90% del volumen de un cilindro de 15 cm de radio y 20 cm de altura, es decir:

$V = A_{base} \cdot h = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot 15^2 \cdot 20 = 4500\pi \text{ cm}^3$

$V_{sopa\ disponible} = 4500\pi \text{ cm}^3 \cdot 0{,}9 = 4\,050\pi \text{ cm}^3$

El volumen de cada plato coincide con el de una semiesfera de radio 4 cm:

$$V_{semiesfera} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot 4\pi \cdot r^3 = \frac{2}{3}\pi \cdot r^3 = \frac{2}{3}\pi \cdot 4^3 = 42{,}67\pi \text{ cm}^3$$

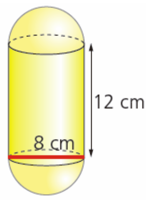
El volumen de sopa que cabe en cada plato es del 95 % del volumen del plato, luego:

$V_{sopa\ en\ un\ plato} = 42{,}67\pi \cdot 0{,}95 = 40{,}53\pi \text{ cm}^3$

La relación entre volumen de sopa disponible y volumen de sopa en cada plato es de 99,9, luego se podrá servir sopa a unos 100 comensales.

40 Halla el volumen de estas figuras:

a.



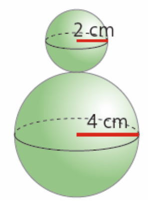
Se trata de sumar el volumen de un cilindro de 4 cm de radio y 12 cm de altura y el de dos semiesferas de 4 cm de radio (o una esfera completa de 4 cm de radio).

$V_{cilindro} = A_{base} \cdot h = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot 4^2 \cdot 12 = 192\pi \text{ cm}^3$

$$V_{esfera} = \frac{1}{3} \cdot 4\pi \cdot r^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 4^3 = 85{,}33\pi \text{ cm}^3$$

$V_{total} = 192\pi + 85{,}33\pi = 870{,}83 \text{ cm}^3$

b.



Se trata de sumar el volumen de dos esferas de 4 cm de radio y 2 cm de radio.

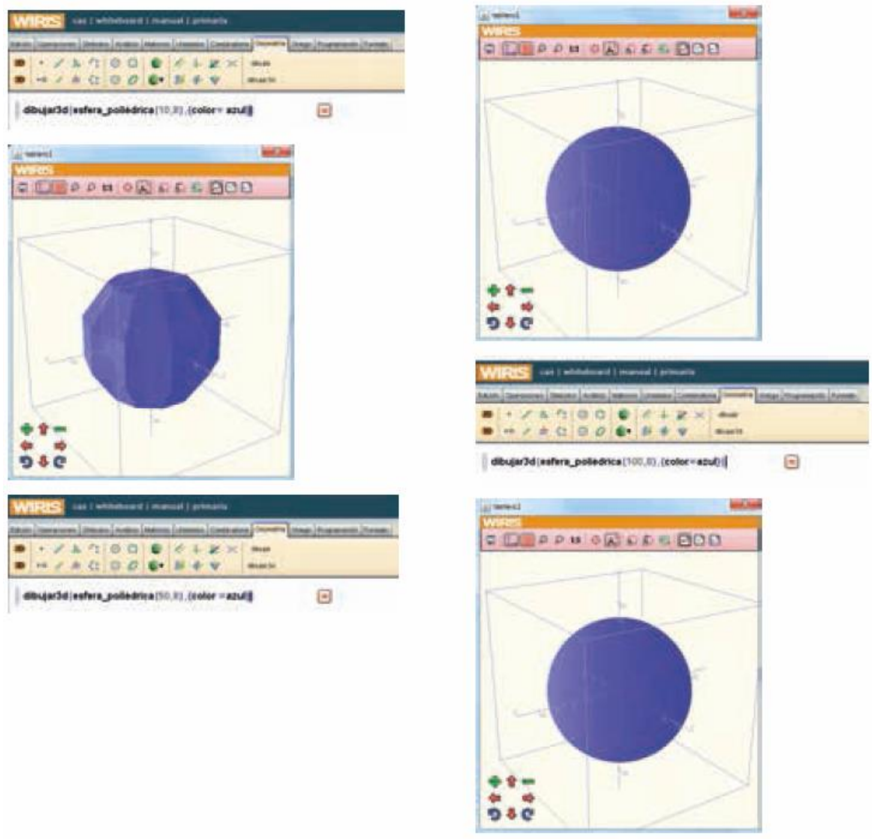
$$V_{esferas} = \frac{1}{3} \cdot 4\pi \cdot r^3 + \frac{1}{3} \cdot 4\pi \cdot r'^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 4^3 + \frac{4}{3}\pi \cdot 2^3 = 301{,}44 \text{ cm}^3$$

© José Manuel Ocaña Fernández; Damaris Mejía Sánchez-Bermejo; Rosana Romero Torralba
© GRUPO EDELVIVES

SOLUCIONES PÁG. 292 – HERRAMIENTAS TECNOLÓGICAS

1 Dibuja una esfera de radio 8 y de color azul. Realízalo en tres pasos para los siguientes valores de n: 10, 50 y 100.

Ver libro del alumno para uso de la herramienta WIRIS.



SOLUCIONES PÁG. 293 – APRENDO A APRENDER

1 ¿Qué diferencias existen entre un paralelo y un meridiano en un cuerpo de revolución?
Un paralelo es cada una de las circunferencias que describen los puntos de la generatriz en su rotación alrededor del eje de giro. Un meridiano es la línea de intersección entre el cuerpo de revolución y un plano que contenga el eje de giro.

2 ¿Qué nombre recibe el paralelo de mayor radio?
Ecuador.

3 ¿Son iguales todos los meridianos de un cuerpo de revolución? ¿Y todos los paralelos?
Todos los meridianos de un cuerpo de revolución son iguales. Los paralelos no son iguales.

© José Manuel Ocaña Fernández; Damaris Mejía Sánchez-Bermejo; Rosana Romero Torralba
© GRUPO EDELVIVES

4 ¿Qué puntos de un cuerpo de revolución describen en su giro de 360° un paralelo puntual?

Los puntos que también pertenecen al eje de giro.

5 El volumen de un cono es menor que el de un cilindro de igual base y altura. ¿En qué proporción?

$V_{cilindro} = A_{base} \cdot h = \pi \cdot r^2 \cdot h$

$V_{cono} = \frac{1}{3} \cdot A_{base} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$, es decir $V_{cilindro} = 3 \cdot V_{cono}$, es decir, el volumen del cono es una tercera parte del volumen del cilindro.

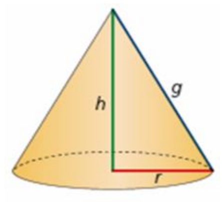
6 Si el eje de giro de un cilindro no es perpendicular a sus bases, ¿de qué tipo es el cilindro?

Es un cilindro oblicuo.

7 ¿En qué tipo de cilindros la longitud de la altura coincide con la de la generatriz?

En los cilindros rectos.

8 ¿Qué elementos del cono verifican el teorema de Pitágoras? Realiza un dibujo en tu cuaderno.



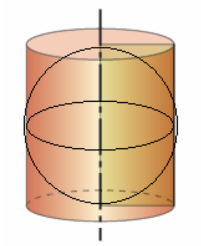
La altura, el radio y la generatriz:
$g^2 = h^2 + r^2$

9 ¿Cuántas veces es mayor el volumen de un cilindro que el de la esfera inscrita en él?

$V_{cilindro} = A_{base} \cdot h = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot r^2 \cdot 2r = 2\pi \cdot r^3$

$V_{esfera} = \frac{1}{3} \cdot 4\pi \cdot r^3$

La relación entre volúmenes es 1,5, es decir, el volumen de un cilindro es una vez y media mayor que el volumen de la esfera inscrita en él.



10 ¿Cuántas veces es mayor el volumen de una esfera que el de un cono de igual altura y cuya base tiene el mismo radio que la esfera?

$V_{esfera} = \frac{1}{3} \cdot 4\pi \cdot r^3$

$V_{cono} = \frac{1}{3} \cdot A_{base} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot r = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^3$

La relación entre volúmenes es 4, es El volumen de una esfera es cuatro veces mayor que el volumen del cono con igual altura e igual radio de la esfera.

© José Manuel Ocaña Fernández; Damaris Mejía Sánchez-Bermejo; Rosana Romero Torralba
© GRUPO EDELVIVES

11 Pon un ejemplo tomado de la vida real de cada uno de los cuerpos de revolución.
Respuesta abierta.

12 Indica la diferencia existente entre el círculo máximo y el círculo menor de una esfera.
Un círculo máximo se produce por el corte de una esfera con un plano que pasa por su centro, mientras que un círculo menor el plano no pasa por el centro.

13 ¿Es cierto que por cada punto de un cuerpo de revolución pasa un único paralelo y un único meridiano? En caso contrario, indica un contraejemplo.
Es cierto para todos los puntos, excepto para los puntos del cuerpo que se intersecan con el eje de rotación, ya que por ellos pasan todos los meridianos.

14 El área de una esfera se puede aproximar al área lateral de un cuerpo de revolución en el que se inscriba. ¿Cuál es ese cuerpo de revolución?
Un cilindro.

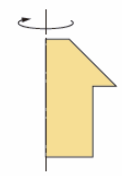
15 Prepara una presentación digital a tus compañeros. Puedes hacer un documento PowerPoint, utilizar Gloster…
Respuesta abierta.

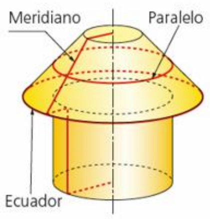
SOLUCIONES PÁG. 294 – REPASO FINAL

CUERPOS DE REVOLUCIÓN

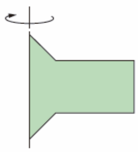
1 Dibuja en tu cuaderno los cuerpos de revolución que se obtienen al hacer girar las figuras indicadas alrededor del eje y señala un paralelo, un meridiano y el ecuador.

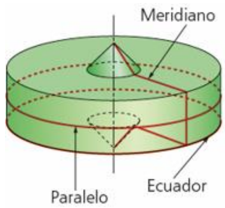
a.





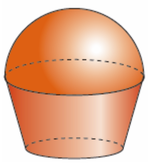
b.





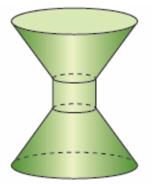
2 Dibuja en tu cuaderno la figura que, con un giro de 360°, origina estos cuerpos de revolución:

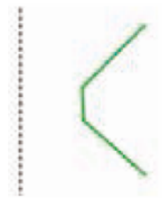
a.



© José Manuel Ocaña Fernández; Damaris Mejía Sánchez-Bermejo; Rosana Romero Torralba
© GRUPO EDELVIVES

b.

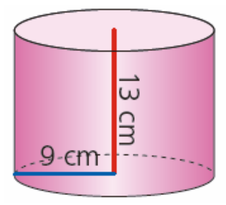




CILINDRO: ÁREA Y VOLUMEN

3 **Halla el área total y el volumen de los siguientes cilindros:**

a.



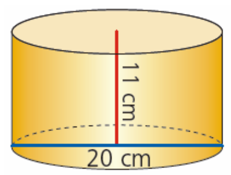
$A_{\text{base}} = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 9^2 = 81\pi \text{ cm}^2$

$A_{\text{lateral}} = 2\pi \cdot r \cdot h = 2\pi \cdot 9 \cdot 13 = 234\pi \text{ cm}^2$

$A_{\text{cilindro}} = 2 \cdot 81\pi + 234\pi = 396\pi = 1\,243{,}44 \text{ cm}^2$

$V = A_{\text{base}} \cdot h = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot 9^2 \cdot 13 = 1053\pi = 3\,306{,}42 \text{ cm}^3$

b.



$A_{\text{base}} = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 10^2 = 100\pi \text{ cm}^2$

$A_{\text{lateral}} = 2\pi \cdot r \cdot h = 2\pi \cdot 10 \cdot 11 = 220\pi \text{ cm}^2$

$A_{\text{cilindro}} = 2 \cdot 100\pi + 220\pi = 420\pi = 1\,318{,}8 \text{ cm}^2$

$V = A_{\text{base}} \cdot h = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot 10^2 \cdot 11 = 3\,454 \text{ cm}^3$

4 **Ana trabaja conduciendo un camión cisterna que transporta leche. El depósito cilíndrico del camión tiene unas dimensiones de 5 m de largo y 2 m de diámetro. Para garantizar ciertas condiciones de seguridad y temperatura, solo se puede llenar el 85 % de la capacidad total del depósito. ¿Cuántos litros de leche puede llevar Ana?**

El volumen de la cisterna del camión es:

$V = A_{\text{base}} \cdot h = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot 1^2 \cdot 5 = 15{,}7 \text{ m}^3$.

La cantidad de leche que puede transportar es:

$15{,}7 \text{ m}^3 \cdot 0{,}85 = 13{,}345 \text{ m}^3$.

5 **Se dispone de un vaso cilíndrico de 6 cm de diámetro y 9 cm de altura. Si se quiere tener la mayor cantidad de refresco posible, ¿qué habría que elegir: un vaso el doble de alto o uno el doble de ancho? Justifica tu respuesta.**

Se calcula el volumen en los dos casos: $V = A_{\text{base}} \cdot h = \pi \cdot r^2 \cdot h = = \pi \cdot 3^2 \cdot 9 =$ $= 254{,}34 \text{ cm}^3$

- Para un vaso con el doble de altura, $h' = 2 \cdot h = 2 \cdot 9 = 18$ cm:

  $V' = \pi \cdot r^2 \cdot h' = 2\pi \cdot r^2 \cdot h = 2 \cdot V \Rightarrow V' = 2 \cdot V$

  $V' = \pi \cdot 3^2 \cdot 18 = 508{,}68 \text{ cm}^3$

© José Manuel Ocaña Fernández; Damaris Mejía Sánchez-Bermejo; Rosana Romero Torralba
© GRUPO EDELVIVES

- Para un vaso con el doble de diámetro $r'' = 2 \cdot r = 2 \cdot 3 = 6$ cm

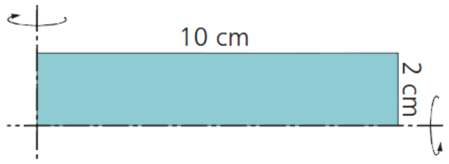
  $V'' = \pi \cdot r''^2 \cdot h = \pi \cdot (2 \cdot r)^2 \cdot h = 4\pi \cdot r^2 \cdot h = 4 \cdot V \Rightarrow V'' = 4 \cdot V$

  $V'' = \pi \cdot 6^2 \cdot 9 = 1017{,}36\ \text{cm}^3$

  Un vaso el doble de alto tiene una capacidad de 508,68 cm^3 y el doble de ancho de 1 017,36 cm^3.

Por tanto, se elegiría el vaso doble de ancho.

6 Si se hace girar un rectángulo por su base o por su altura como indica la figura, se obtienen cilindros diferentes. ¿Serán iguales el área total y el volumen de ambos cilindros? Compruébalo.



- Si se gira sobre el eje vertical se obtiene un cilindro de altura 2 cm y radio 10 cm, cuyo área y volumen son:

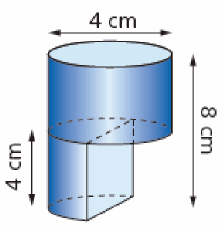
  $A_{\text{cilindro}} = 2 \cdot \pi \cdot r^2 + 2\pi \cdot r \cdot h = 2 \cdot \pi \cdot 10^2 + 2\pi \cdot 10 \cdot 2 = 753{,}6\ \text{cm}^2$
  $V = A_{\text{base}} \cdot h = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot 10^2 \cdot 2 = 1053\pi = 628\ \text{cm}^3$

- Si se gira sobre el eje horizontal se obtiene un cilindro de altura 10 cm y radio 2 cm, cuyo área y volumen son:

  $A_{\text{cilindro}} = 2 \cdot \pi \cdot r^2 + 2\pi \cdot r \cdot h = 2 \cdot \pi \cdot 2^2 + 2\pi \cdot 2 \cdot 10 = 150{,}72\ \text{cm}^2$
  $V = A_{\text{base}} \cdot h = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot 2^2 \cdot 10 = 125{,}6\ \text{cm}^3$

No son iguales ni el área ni el volumen.

7 Halla el volumen de las siguientes figuras:
a.

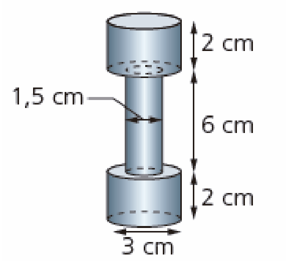


Se trata de calcular el volumen de un cilindro de 2 cm de radio y 4 cm de altura y el de un semicilindro de radio 2 cm y 4 cm de altura. De igual forma se puede calcular el volumen de un cilindro de 2 cm de radio y 4 cm de altura y multiplicarlo por $\frac{3}{2}$.

$$V_{\text{total}} = \frac{3}{2} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{3}{2} \cdot \pi \cdot 2^2 \cdot 4 = 24\pi = 75{,}36\ \text{cm}^3$$

© José Manuel Ocaña Fernández; Damaris Mejía Sánchez-Bermejo; Rosana Romero Torralba
© GRUPO EDELVIVES

b.

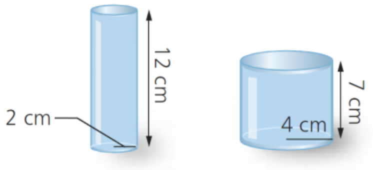


Se trata de calcular el volumen de dos cilindros de radio 1,5 cm y altura 2 cm y el de otro cilindro de radio *r*' = 0,75 cm y altura *h*' = 6 cm

$V_{\text{total}} = 2 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h + \pi \cdot r'^2 \cdot h' = 2 \cdot \pi \cdot 1{,}5^2 \cdot 2 + \pi \cdot 0{,}75^2 \cdot 6 = 38{,}86\ \text{cm}^3$

8 Actividad resuelta.

9 El líquido del primer recipiente se traslada al segundo:



a. ¿Se llenará este segundo recipiente?

Se calcula el líquido que contiene el primer recipiente:

$V = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot 2^2 \cdot 12 = 150{,}72\ \text{cm}^3$

Se calcula el volumen que cabe en el segundo recipiente:

$V' = \pi \cdot r'^2 \cdot h' = \pi \cdot 4^2 \cdot 7 = 351{,}68\ \text{cm}^3$

Por tanto, no se llenará el segundo recipiente.

b. En caso de no llenarse, ¿a qué altura llegará el líquido?

El volumen de 150,72 cm^3 llena un cilindro de radio conocido, 4 cm y altura, *h*, desconocida:

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h \Rightarrow h = \frac{V}{\pi \cdot r^2} = \frac{150{,}72}{\pi \cdot 4^2} = 3\,\text{cm}$$

El líquido llegará a una altura de 3 cm.

CONO: ÁREA Y VOLUMEN

10 Se va a utilizar un bote cilíndrico de 8 cm de diámetro y 6 cm de alto para guardar monedas.

a. ¿Cuál es el volumen del bote?

$V = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot 4^2 \cdot 6 = 301{,}44\ \text{cm}^3$

b. Si se quiere colocar una etiqueta que rodee al bote, ¿cuánto papel haría falta?

$A_{\text{lateral}} = 2\pi \cdot r \cdot h = 2\pi \cdot 4 \cdot 6 = 150{,}72\ \text{cm}^2$

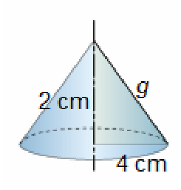
© José Manuel Ocaña Fernández; Damaris Mejía Sánchez-Bermejo; Rosana Romero Torralba
© GRUPO EDELVIVES

c. Para cerrar el bote, se va a añadir una tapa en forma de cono con una altura de 2 cm; ¿cuánto material haría falta?

Se calcula la generatriz del cono según el teorema de Pitágoras: $2^2 + 4^2 = g^2 \Rightarrow g = 4{,}47$ cm.

Se calcula el área lateral del cono:

$A_{\text{lateral}} = \pi \cdot r \cdot g = \pi \cdot 4 \cdot 4{,}47 = 56{,}14\ \text{cm}^2$



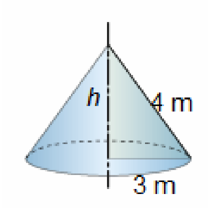
11 El área lateral de un cono es 37,68 m², y su radio, 3 m. Calcula su volumen.

$$A_{\text{lateral}} = \pi \cdot r \cdot g \Rightarrow g = \frac{A_{\text{lateral}}}{\pi \cdot r} = \frac{37{,}68}{\pi \cdot 3} = 4\,\text{cm}$$

Se calcula la altura del cono aplicando el teorema de Pitágoras: $2^2 + h^2 = 4^2 \Rightarrow h = 2{,}65$ m

Se calcula el volumen del cono de radio 3 m y altura 2,65 m:

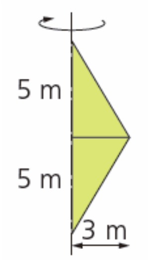
$$V_{\text{cono}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 3^2 \cdot 2{,}65 = 24{,}96\ \text{m}^3$$



SOLUCIONES PÁG. 295

12 Determina el volumen de los cuerpos de revolución que se generan en la rotación de cada una de estas figuras alrededor de los ejes indicados:

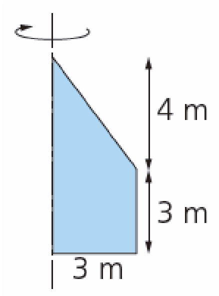
a.



Se trata de dos conos de radio 3 m y altura 5 m.

$$V_{\text{conos}} = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot 3^2 \cdot 5 = 94{,}2\ \text{m}^3$$

b.



Se trata de un cono de radio 3 m y altura 4 m y un cilindro de radio y altura 3 m.

$$V_{\text{cono}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 3^2 \cdot 4 = 12\pi\ \text{m}^3$$

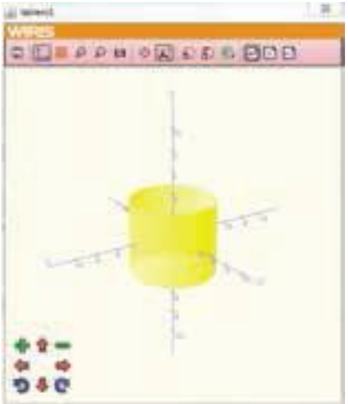
$$V_{\text{cilindro}} = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot 3^2 \cdot 3 = 27\pi = 122{,}46\ \text{m}^3$$

© José Manuel Ocaña Fernández; Damaris Mejía Sánchez-Bermejo; Rosana Romero Torralba
© GRUPO EDELVIVES

ESFERA: ÁREA Y VOLUMEN

13 Dibuja en tu cuaderno los siguientes cuerpos de revolución y calcula su área total y su volumen:

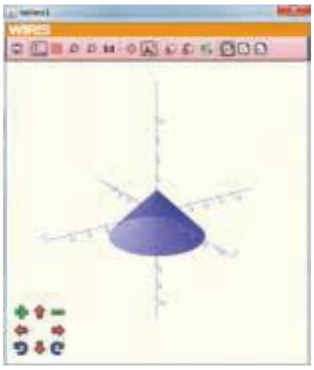
a. Un cilindro de 4 cm de radio y 7 cm de altura.



$A_{\text{cilindro}} = 2 \cdot \pi \cdot r^2 + 2\pi \cdot r \cdot h = 2 \cdot \pi \cdot 4^2 + 2\pi \cdot 4 \cdot 7 =$
$= 276{,}32 \text{ cm}^2$

$V_{\text{cilindro}} = A_{\text{base}} \cdot h = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot 4^2 \cdot 7 = 351{,}68 \text{ cm}^3$

b. Un cono de 5 cm de radio y 5 cm de altura.



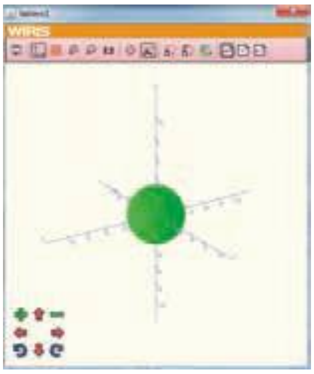
Se calcula la generatriz mediante el teorema de Pitágoras: $5^2 + 5^2 = g^2 \Rightarrow g = 7{,}07$ cm

Se calcula el área total del cono:

$A_{\text{cono}} = A_{\text{base}} + A_{\text{lateral}} = \pi \cdot r^2 + \pi \cdot r \cdot g = \pi \cdot r \cdot (r + g) =$
$= \pi \cdot 5 \cdot (5 + 7{,}07) = 189{,}5 \text{ cm}^2$

$$V_{\text{cono}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 5^2 \cdot 5 = 130{,}8 \text{ cm}^3$$

c. Una esfera de 6 cm de diámetro.

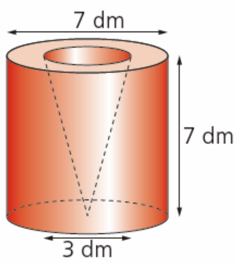


$A_{\text{esfera}} = 4\pi \cdot r^2 = 4\pi \cdot 3^2 = 113{,}04 \text{ cm}^2$

$$V_{\text{esfera}} = \frac{1}{3} \cdot 4\pi \cdot r^3 = \frac{4}{3} \pi \cdot 3^3 = 113{,}04 \text{ cm}^3$$

14 Halla el volumen de las siguientes figuras, que tienen los huecos indicados:

a.



Se calcula el volumen del cilindro de 7 dm de diámetro y 7 dm de altura y se le resta el volumen de un cono de 3 dm de diámetro y 7 dm de altura.

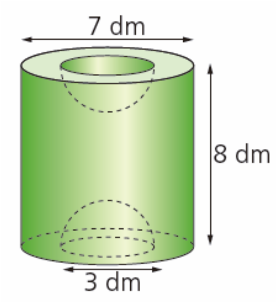
$V_{\text{cilindro}} = A_{\text{base}} \cdot h = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot 3{,}5^2 \cdot 7 = 269{,}25 \text{ dm}^3$

$$V_{\text{cono}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 1{,}5^2 \cdot 7 = 16{,}49 \text{ dm}^3$$

$V_{\text{cilindro}} - V_{\text{cono}} = 269{,}26 - 16{,}49 = 252{,}77 \text{ dm}^3$

© José Manuel Ocaña Fernández; Damaris Mejía Sánchez-Bermejo; Rosana Romero Torralba
© GRUPO EDELVIVES

b.



Se calcula el volumen del cilindro de 7 dm de diámetro y 8 dm de altura y se le resta el volumen de una esfera de 3 dm de diámetro.

$V_{cilindro} = A_{base} \cdot h = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot 3{,}5^2 \cdot 8 = 307{,}72\ dm^3$

$V_{esfera} = \frac{1}{3} \cdot 4\pi \cdot r^3 = \frac{1}{3} \cdot 4\pi \cdot 1{,}5^3 = 14{,}13\ dm^3$

$V_{cilindro} - V_{esfera} = = 307{,}72 - 14{,}13 = 293{,}59\ dm^3$

15 ¿Qué radio debe tener como mínimo el aro de una canasta de baloncesto para que quepan los balones si estos tienen un área de 3 629,84 cm²?

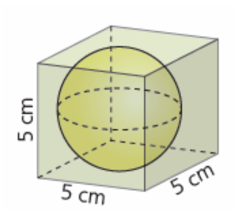
Se debe averiguar el radio de una esfera de $A = 3\,629{,}84\ cm^2$

$A_{esfera} = 4\pi \cdot r^2 = 3\,629{,}84 \Rightarrow r = 17\ cm$

Debe tener como mínimo un radio de 17 cm.

16 Halla el volumen que queda entre estas figuras:

a.



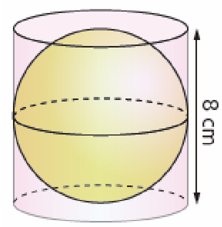
Se calcula el volumen del cubo de 5 cm de lado y se le resta el volumen de la esfera inscrita en él, de 5 cm de diámetro.

$V_{cubo} = l^3 = 5^3 = 125\ cm^3$

$V_{esfera} = \frac{1}{3} \cdot 4\pi \cdot r^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 2{,}5^3 = 65{,}42\ cm^3$

$V_{cubo} - V_{esfera} = 125 - 65{,}42 = 59{,}58\ cm^3$

b.



Se calcula el volumen del cilindro de 8 cm de radio y 8 cm de altura y se le resta el volumen de la esfera inscrita en él, de 8 cm de diámetro.

$V_{cilindro} = A_{base} \cdot h = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot 4^2 \cdot 8 = 401{,}92\ cm^3$

$V_{esfera} = \frac{1}{3} \cdot 4\pi \cdot r^3 = \frac{1}{3} \cdot 4\pi \cdot 4^3 = 267{,}95\ cm^3$

$V_{cilindro} - V_{esfera} = 401{,}92 - 267{,}95 = 133{,}97\ cm^3$

© José Manuel Ocaña Fernández; Damaris Mejía Sánchez-Bermejo; Rosana Romero Torralba
© GRUPO EDELVIVES

17 Un recipiente cilíndrico de 20 cm de altura y 4 cm de radio está lleno de agua hasta una altura de 18 cm. Si se introduce en él una bola de cristal de 6 cm de diámetro, ¿qué volumen de agua se derramará?

El volumen total del recipiente cilíndrico es:

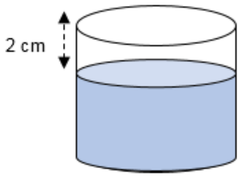
$V_{cilindro} = A_{base} \cdot h = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot 4^2 \cdot 20 = 1\,004{,}80$ cm^3

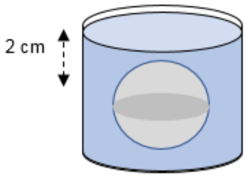
Como la altura del agua solo es de 18 cm, el volumen de agua que contiene el cilindro es:

$V_{agua} = \pi \cdot r^2 \cdot h_{agua} = \pi \cdot 4^2 \cdot 18 = 904{,}32$ cm^3

El volumen de la esfera que se introduce en el agua es: $V_{esfera} = \frac{1}{3} \cdot 4\pi \cdot r^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 3^3 = 113{,}04 \text{ cm}^3$ y coincide con el volumen de agua que desaloja.

El volumen de agua derramada es el que excede la altura del recipiente.





Si llamamos *V'* al volumen del cilindro de radio 4 cm y altura 2 cm:

$V' = \pi \cdot r^2 \cdot h'_{recipiente} = \pi \cdot 4^2 \cdot 2 = 100{,}48$ cm^3

$V_{derramado} = V_{esfera} - V'_{cilindro} = 113{,}04 - 100{,}48 = 12{,}56$ cm^3.

EVALUACIÓN

1 El área de un cilindro de 8 m de radio y 3 m de altura es:
a. 512,5 m^2 **b. 601,3 m^2** **c. 584,7 m^2** d. 552,64 m^2

$A_{cilindro} = 2 \cdot \pi \cdot r^2 + 2\pi \cdot r \cdot h = 2 \cdot \pi \cdot 8^2 + 2\pi \cdot 8 \cdot 3 = 552{,}64$ m^2

2 El volumen de un cono de 6 m de diámetro y 5 m de generatriz es:
a. 42,15 m^3 b. 37,68 m^3 **c. 28,25 m^3** **d. 31,35 m^3**

Se calcula la altura mediante el teorema de Pitágoras:
$3^2 + h^2 = 5^2 \Rightarrow h = 4$ m

$V_{cono} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 3^2 \cdot 4 = 37{,}68 \text{ m}^3$

3 El área de una esfera que tiene un radio de 8 m es:
a. 803,84 m^2 **c. 915,84 m^2**
b. 756,84 m^2 **d. 888,84 m^2**

$A_{esfera} = 4\pi \cdot r^2 = 4\pi \cdot 8^2 = 803{,}84$ m^2

© José Manuel Ocaña Fernández; Damaris Mejía Sánchez-Bermejo; Rosana Romero Torralba
© GRUPO EDELVIVES

4 El volumen de un cono es 100 m^3; ¿cuál será el volumen del cilindro que tiene las mismas dimensiones que el cono?
a. 100 m^3 **b. 200 m^3** c. 300 m^3 **d. 400 m^3**

$$V_{\text{cono}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h = 100 \Rightarrow h = \frac{3 \cdot 100}{\pi \cdot r^2}$$

$$V_{\text{cilindro}} = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

Sustituyendo *h* en la expresión del volumen del cilindro:

$$V_{\text{cilindro}} = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot r^2 \cdot \frac{3 \cdot 100}{\pi \cdot r^2} = 300 \text{ m}^3$$

5 ¿Cuál es el volumen de una semiesfera de 12 dm de diámetro?
a. 756,4 dm^3 **c. 814,2 dm^3**
b. 452,16 dm^3 **d. 968,3 dm^3**

$V_{\text{esfera}} = \frac{1}{3} \cdot 4\pi \cdot r^3 = \frac{1}{3} \cdot 4\pi \cdot 6^3 = 904{,}32 \text{ dm}^3$, al ser una semiesfera el volumen es la mitad, es decir, 452,16 m^3.

6 La máxima cantidad de agua que puede contener un depósito cilíndrico de 1 m de diámetro y 2 m de altura es:
a. 1 000 L **b. 2 000 L** **c. 1 350 L** d. 1 570 L

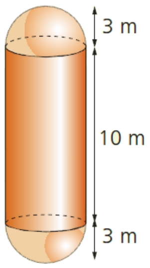
$V_{\text{cilindro}} = A_{\text{base}} \cdot h = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot 0{,}5^2 \cdot 2 = 1{,}57 \text{ m}^3 = 1\,570 \text{ L}$

7 Un cono de 6 cm de radio tiene un área total de 401,92 cm^2; entonces tiene un volumen de:
a. 372,56 cm^3 **c. 314,2 cm^3**
b. 279,3 cm^3 d. 530,16 cm^3

Se calcula la generatriz del cono:
$A_{\text{cono}} = \pi \cdot r \cdot (r + g) = \pi \cdot 6 \cdot (6 + g) = 401{,}92 \text{ cm}^2 \Rightarrow g = 15{,}3 \text{ cm}$
Se calcula la altura del cono mediante el teorema de Pitágoras:
$r^2 + h^2 = g^2 \Rightarrow 6^2 + h^2 = 15{,}3^2 \Rightarrow h = 14{,}07 \text{ cm}$
El volumen de un cono de radio 6 cm y altura 14,07 cm es:

$$V_{\text{cono}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 6^2 \cdot 14{,}1 = 530{,}16 \text{ m}^3$$

8 El volumen de la siguiente figura es:
a. 150π m^3 **c. 100π m^3**
b. 126π m^3 **d. 300π m^3**



Se debe calcular el volumen de un cilindro de radio 1,5 m y altura 10 m y sumarlo al de una esfera de diámetro 3 m:
$V_{\text{cilindro}} = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot 3^2 \cdot 10 = 90\pi \text{ m}^3$

$$V_{\text{esfera}} = \frac{1}{3} \cdot 4\pi \cdot r^3 = \frac{4}{3} \pi \cdot 3^3 = 36\pi \text{ m}^3$$

$$V_{\text{total}} = 90\pi + 36\pi = 126\pi \text{ m}^3$$

© José Manuel Ocaña Fernández; Damaris Mejía Sánchez-Bermejo; Rosana Romero Torralba
© GRUPO EDELVIVES

9 El área lateral de un cono de 3 m de radio y 4 m de altura es:

a. 15 π m^2 **b. 12 π m^2** **c. 20 π m^2** **d. 10 π m^2**

Se calcula la generatriz del cono:

$r^2 + h^2 = g^2 \Rightarrow 3^2 + 4^2 = g^2 \Rightarrow g = 5$ m

Se calcula el área lateral del cono:

$A_{\text{lateral}} = \pi \cdot r \cdot g = \pi \cdot 3 \cdot 5) = 15\ \pi$ m^2

© José Manuel Ocaña Fernández; Damaris Mejía Sánchez-Bermejo; Rosana Romero Torralba
© GRUPO EDELVIVES